

Control de Matemáticas II

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Noviembre, 2008.

Tiempo: 15 minutos.

Nombre:

Resuelva solo uno de los siguientes problemas.

1. Encuentra todas las funciones diferenciables $y(t)$ tales que

$$y'(t) + y(t) = 2e^t, \quad \text{y además } y(0) = 1$$

Solución:

Multiplicando por el factor integrante $\mu(x) = e^t$ resulta:

1 punto.

$$e^t y'(t) + e^t y(t) = 2e^{2t}$$

$$\frac{de^t y}{dt} = 2e^{2t}$$

2 puntos.

Integrando respecto a t resulta:

$$e^t y = e^{2t} + C$$

2 puntos.

$$y(t) = e^t + Ce^{-t}$$

Evaluando en $t = 0$ resulta, que $C = 0$.

Luego $y(t) = \exp(t)$

1 punto.

2. Sea $y(t)$ una función diferenciable tal que $y'(t) - y(t) = \sinh(t)$ y además $y(0) = 0$. ¿Cuál es el valor de la décima derivada de y en cero?

Solución:

Si $n \in \mathbb{N}$ se tiene que

$$y^{(2n)} - y^{(2n-1)} = \cosh(t)$$

$$y^{(2n+1)} - y^{(2n)} = \sinh(t)$$

2 puntos.

De donde

$$y^{(2n+1)}(0) = y^{(2n-1)}(0) + \cosh(0) + \sinh(0) = 1 + y^{(2n-1)}(0)$$

2 puntos.

Como $y'(0) = 0$ $y^3(0) = 1$ $y^5(0) = 2$ $y^7(0) = 3$ $y^9(0) = 4$

Y como

$$y^{10}(0) = y^9(0) + \cosh(0) = 5$$

2 puntos.