Pauta Control 8 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Martes 19 de Octubre, 2010

Tiempo : 15 **minutos .**

Nombre:

Elija solo un problema.

1. Si $\sum a_n$ converge y $\sum b_n$ diverge, demuestre que $\sum(a_n + b_n)$ diverge.

   Solución:

   Sungamos que $\sum(a_n+b_n)$ converge entonces la serie $\sum[(a_n+b_n)-a_n]$ converge. Pero $\sum[(a_n + b_n) - a_n] = \sum b_n$ y $\sum b_n$ diverge, lo que contradice lo anterior.
   Por tanto $\sum(a_n + b_n)$ diverge.

2. Decida si la serie siguiente converge o diverge

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{n^n}$$

   Solución:

   Consideremos la sucesión positiva

$$a_n = \frac{e^{2n}}{n^n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

   El cuociente

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{e^{2(n+1)}}{(n+1)^{n+1}} \cdot \frac{n^n}{e^{2n}} = \frac{e^2}{n+1} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n$$

   Por lo tanto,

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \to 0 < 1$$

   Por lo tanto, utilizando el criterio del cuociente se tiene que

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{n^n}$$

   converge.