

Pauta Control 7 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Martes 12 de Octubre, 2010

Tiempo : 15 minutos .

Nombre:

Elija solo un problema.

1. Calcule

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^n$$

Solución:

Notar que

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{2n}{2n+1} \right)^{2n} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{1}{1 + \frac{1}{2n}} \right)^{2n} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\left(1 + \frac{1}{2n} \right)^{2n}} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \left(\frac{1}{e} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{e}} \end{aligned}$$

2. Demuestre que si $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ y $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = b$ con $b \neq 0$ entonces

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \frac{a}{b}$$

Solución:

Como $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = b$ con $b \neq 0$, se tiene que $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{\frac{x_n}{y_n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y_n}{x_n} = \frac{1}{b}$.

Luego como $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, por álgebra de límites se tiene que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y_n}{x_n} x_n = \frac{a}{b}$$