

**1. Solución 1:**

$$\frac{-2}{n} \leq \frac{\sin(n^2) - \cos(n)}{n} \leq \frac{2}{n}$$

2 puntos

Como tanto  $\frac{-2}{n}$  como  $\frac{2}{n}$  convergen a cero, se tiene por Lema del Sandwich que

$$\frac{\sin(n^2) - \cos(n)}{n} \rightarrow 0$$

4 puntos

**Solución 2:**

$$0 \leq \left| \frac{\sin(n^2) - \cos(n)}{n} \right| \leq \frac{2}{n}$$

3 puntos

Como  $\frac{2}{n}$  converge a cero, se tiene que

$$\left| \frac{\sin(n^2) - \cos(n)}{n} \right| \rightarrow 0$$

2 puntos

Por lo tanto:

$$\frac{\sin(n^2) - \cos(n)}{n} \rightarrow 0$$

1 punto

**Solución 3:**

$$0 \leq \left| \frac{\sin(n^2)}{n} \right| \leq \frac{1}{n}$$

Como  $\frac{1}{n}$  converge a cero, se tiene que

$$\left| \frac{\sin(n^2)}{n} \right| \rightarrow 0$$

Por lo tanto

$$\frac{\sin(n^2)}{n} \rightarrow 0$$

3 puntos

Del mismo modo

$$0 \leq \left| \frac{\cos(n)}{n} \right| \leq \frac{1}{n}$$

Como  $\frac{1}{n}$  converge a cero, se tiene que

$$\left| \frac{\cos(n)}{n} \right| \rightarrow 0$$

Por lo tanto

$$\frac{\cos(n)}{n} \rightarrow 0$$

Luego

$$b_n = \frac{\sin(n^2)}{n} - \frac{\cos(n)}{n} \rightarrow 0 - 0 = 0$$

3 puntos

**Solución 4:**

$$\frac{-1}{n} \leq \frac{\sin(n^2)}{n} \leq \frac{1}{n}$$

Como  $\frac{1}{n}$  y  $\frac{-1}{n}$  convergen a cero, se tiene que

$$\frac{\sin(n^2)}{n} \rightarrow 0$$

3 puntos

Del mismo modo

$$\frac{-1}{n} \leq \left| \frac{\cos(n)}{n} \right| \leq \frac{1}{n}$$

Como  $\frac{1}{n}$  y  $\frac{-1}{n}$  convergen a cero, se tiene que

$$\frac{\cos(n)}{n} \rightarrow 0$$

Por lo tanto

$$\frac{\cos(n)}{n} \rightarrow 0$$

Luego

$$b_n = \frac{\sin(n^2)}{n} - \frac{\cos(n)}{n} \rightarrow 0 - 0 = 0$$

3 puntos

**Solución 5:**

$$-2 \leq \sin(n^2) - \cos(n) \leq 2$$

2 puntos

Como  $\frac{1}{n} \rightarrow 0$  y  $\text{sen}(n^2) - \text{cos}(n)$  es acotada, entonces

$$b_n = (\text{sen}(n^2) - \text{cos}(n)) \cdot \frac{1}{n} \rightarrow 0$$

4 puntos

## 2. Solución 1:

$$bn = \frac{a_n}{n} = (a_n) \cdot \frac{1}{n} \rightarrow 0 \cdot 0 = 0$$

6 puntos

## Solución 2:

Como  $(a_n)$  es convergente, entonces  $(a_n)$  es acotada.

2 puntos

Por lo tanto, si se multiplica  $(a_n)$  por cualquier sucesión que converga a cero, se tiene que el producto también converge a cero, en particular al multiplicar por  $1/n$ .

Por lo tanto:

$$b_n = a_n \cdot \frac{1}{n} \rightarrow 0$$

4 puntos