Control 4 de Matemáticas II

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Verano, 2009-2010

Tiempo : 15 minutos .

Nombre:

Elija solo un problema.

1. Calcule

$$\int_1^2 \frac{1}{(3-5x)^2} dx$$

Solución:

Notar que

$$\int_1^2 \frac{1}{(3-5x)^2} dx = -\frac{1}{5} \int_1^2 \frac{-5dx}{(3-5x)^2}$$

1 punto.

Luego sea $u = 3 - 5x$ entonces $du = -5dx$.

1 punto.

Por tanto

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{1}{(3-5x)^2} dx &= -\frac{1}{5} \int_{-2}^{-7} \frac{1}{u^2} du \\ &= \frac{1}{5} \int_{-7}^{-2} u^{-2} du \\ &= \frac{1}{5} (-u^{-1}) \Big|_{-7}^{-2} \\ &= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7} \right) \\ &= \frac{1}{14} \end{aligned}$$

4 puntos.

2. Encuentre la familia de primitivas de

$$\int x^2 \operatorname{sen}(x) dx$$

Solución:

Usemos integración por parte con $u = x^2$ y $dv = \operatorname{sen}(x) dx$ entonces $du = 2x dx$ y $v = -\cos(x)$.

1 punto.

Luego

$$\int x^2 \operatorname{sen}(x) dx = -x^2 \cos(x) + 2 \int x \cos(x) dx$$

1 punto.

Para calcular $\int x \cos(x) dx$, usando nuevamente integración por parte con $u = x$ y $dv = \cos(x) dx$ entonces $du = dx$ y $v = \operatorname{sen}(x)$.

1 punto.

Luego

$$\int x \cos(x) dx = x \operatorname{sen}(x) - \int \operatorname{sen}(x) dx = x \operatorname{sen}(x) + \cos(x) + c$$

1 punto.

Por tanto

$$\int x^2 \operatorname{sen}(x) dx = -x^2 \cos(x) + 2(x \operatorname{sen}(x) + \cos(x) + c) = -x^2 \cos(x) + 2x \operatorname{sen}(x) + 2\cos(x) + C$$

2 puntos.