Pauta Control 1 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Martes 10 de Agosto, 2010

Tiempo : 15 minutos .

Nombre:

Elija solo un problema.

1. ¿Existe $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \text{sen}(x)}{x(x + \text{sen}(x))}$? Justifique su respuesta.

Solución:

Calculemos el límite para ver si existe. Podemos utilizar regla de L'Hopital puesto que cuando $x \rightarrow 0$, obtenemos una expresión del tipo $\frac{0}{0}$.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \text{sen}(x)}{x(x + \text{sen}(x))} &\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{(x + \text{sen}(x)) + x(1 - \cos(x))} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{2x + \text{sen}(x) - x\cos(x)} \\ &\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{2 + \cos(x) - (\cos(x) - x\text{sen}(x))} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{2 + x\text{sen}(x)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

2. Sean $f, g : X \rightarrow \mathbb{R}$ dos funciones acotadas. Demuestre que

$$\inf(f - g) \geq \inf(f) - \sup(g)$$

Solución:

Notamos que $\inf(f - g) = \inf(f + (-g))$ entonces $\inf(f - g) \geq \inf(f) + \inf(-g)$ y como $\inf(-g) = \inf(-1g) = -1\sup(g)$ se tiene que

$$\inf(f - g) = \inf(f + (-g)) \geq \inf(f) + \inf(-g) = \inf(f) - \sup(g)$$