

## Cuarto Control de Matemáticas II

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Agosto, 2007

**Tiempo : 15 minutos .**

**Nombre:**

**Elija solo un problema.**

1. Calcula el límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \operatorname{cosec}(x)$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \operatorname{cosec}(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{sen}(x)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x) - x}{x \operatorname{sen}(x)}$$

1 punto

Usando regla de L'Hopital, pues tanto el numerador como el denominador, son funciones diferenciables, que tienden a cero cuando  $x$  tiende a cero.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{\operatorname{sen}(x) + x \cos(x)}$$

3 puntos

Usando la regla de L'Hopital nuevamente, se tiene:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\operatorname{sen}(x)}{\cos(x) + \cos(x) - x \operatorname{sen}(x)} = \frac{0}{2} = 0$$

2 puntos

2. Sea  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \text{sen}(\pi x)$  y sea

$$P = \left\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 1\right\}.$$

Calcule  $S(f, P)$

Solución:

Se tiene que

$$M_1 = \text{sen} \left( \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$M_2 = \text{sen} \left( \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$M_3 = \text{sen} \left( \frac{\pi}{2} \right) = 1$$

$$M_4 = \text{sen} \left( \frac{\pi}{2} \right) = 1$$

$$M_5 = \text{sen} \left( \frac{2\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

3 puntos

Por lo tanto

$$S(f, P) = \sum_{k=1}^5 (x_k - x_{k-1}) M_k =$$
$$\frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{12} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{6} \cdot 1 + \frac{1}{6} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

3 puntos

$$= \frac{5\sqrt{3} + 3\sqrt{2} + 8}{24} \approx 0,87$$