# Gua Salva-Curso, Matemticas I

Felipe Nez Olivares

22 de julio de 2010

1. (Ejercicio 7) Calcular la suma

$$\sum_{k=1}^{n} \left( \begin{array}{c} n-1 \\ k-1 \end{array} \right) 2^{n-k}$$

Sol

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n} \left( \begin{array}{c} n-1 \\ k-1 \end{array} \right) 2^{n-k} &= \sum_{k=2}^{n} \left( \begin{array}{c} n-1 \\ k-1 \end{array} \right) 2^{n-k} + 2^{n-1} \\ &= \sum_{k=1}^{n-1} \left( \begin{array}{c} n-1 \\ k \end{array} \right) 2^{n-k-1} + 2^{n-1} \\ &= \sum_{k=1}^{n-1} \left( \begin{array}{c} n-1 \\ k \end{array} \right) 2^{(n-1)-k} 1^{k} + 2^{n-1} \\ &= (2+1)^{n-1} + 2^{n-1} \end{aligned}$$

2. (Ejercicio 13) Determine todas las raices REALES de los siguientes polinomios:

   *a)* $p(x) = 6x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 1$

   *b)* $q(x) = x^3 - 2x + 1$

   Sol

   Buscamos posibles raices racionales $(PRR) = \{\pm 1\}$, evaluando en el polinomio:

$$\begin{array}{lll} q(-1) & = (-1)^3 - 2(-1) + 1 & = 2 \\ q(1) & = (1)^3 - 2(1) + 1 & = 0 \end{array}$$

   Luego, tenemos que una de las soluciones del polinomio $q$ es $x = 1$, entonces podemos dividirlo por el polinomio $(x-1)$. Así

$$q(x) = (x^2 + x - 1)(x - 1)$$

   Analizamos el polinomio cuadrático, escribiéndolo como

$$(x^2 + x - 1) = \left( x + \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{5}{4}$$

   Así, las dos soluciones restantes vienen dadas por $x = \left\{ \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$. Finalmente, el polinomio $q$ tiene 3 raices reales que son $\left\{ \frac{-1-\sqrt{5}}{2}, 1, \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right\}$.