

Pauta Control 13 de Matemáticas 1

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Jueves 24 de Junio, 2010

Tiempo : 15 minutos .

Nombre:

Elija sólo un problema.

1. Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2|x|$. Demuestre que f es derivable en 0 y encuentre el valor $f'(0)$.

Solución:

Debemos probar que $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ existe.

En efecto, notamos que

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} x|x| = 0$$

puesto que $\lim_{x \rightarrow 0} x = 0$ y $\lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0$.

Por tanto f es diferenciable en 0 con $f'(0) = 0$.

2. Calcule la derivada de las siguiente función

$$f(x) = x \operatorname{sen}(x) + \cot(x)$$

Solución:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x \operatorname{sen}(x) + \cot(x))' \\ &= (x \operatorname{sen}(x))' + (\cot(x))' \\ &= (x)' \operatorname{sen}(x) + x(\operatorname{sen}(x))' + \left(\frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)} \right)' \\ &= \operatorname{sen}(x) + x \cos(x) + \frac{(\cos(x))' \operatorname{sen}(x) - \cos(x)(\operatorname{sen}(x))'}{\operatorname{sen}^2(x)} \\ &= \operatorname{sen}(x) + x \cos(x) + \frac{-\operatorname{sen}^2(x) - \cos^2(x)}{\operatorname{sen}^2(x)} \\ &= \operatorname{sen}(x) + x \cos(x) - \frac{1}{\operatorname{sen}^2(x)} \\ &= \operatorname{sen}(x) + x \cos(x) - \csc^2(x) \end{aligned}$$