

# Pauta Control 9 de Matemáticas 1

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Jueves 27 de Mayo, 2010

**Tiempo : 15 minutos .**

**Nombre:**

**Elija sólo un problema.**

1. Determine las raíces racionales de

$$p(x) = 2x^4 + 5x^3 - x^2 + 5x - 3$$

Justifique su respuesta.

Solución:

Recordemos que si  $x_0$  es una raíz racional entonces  $x_0 = \frac{a}{b}$ , donde  $a$  es un divisor de  $-3$  y  $b$  es un divisor de  $2$ .

Los divisores de  $-3$  son  $-1, 1, -3$  y  $3$ . Los divisores de  $2$  son  $-1, 1, -2$  y  $2$ . Luego las posibles raíces de  $p(x)$  son  $-1, 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -3, 3, -\frac{3}{2}$  y  $\frac{3}{2}$ .

Notar que  $p(\frac{1}{2}) = 0$  y  $p(-3) = 0$  entonces  $(2x-1)(x+3) = 2x^2 + 5x - 3$  divide a  $p(x)$ , de hecho  $p(x) = (2x-1)(x+3)(x^2+1)$ .

Por tanto la únicas raíces racionales de  $p(x)$  son  $\frac{1}{2}$  y  $-3$ , puesto que  $x^2 + 1 > 0$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

2. Sabiendo que  $(x-2)^2$  es factor de  $x^3 + 2ax + b$ , determine  $a$  y  $b$ .

Solución:

Como  $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$  es factor de  $x^3 + 2ax + b$ , se tiene que  $x^3 + 2ax + b = (x^2 - 4x + 4)s(x)$ .

Por otro lado, al dividir  $x^3 + 2ax + b$  por  $x^2 - 4x + 4$ , vemos que el resto es  $(2a+12)x + b-16$ .

Como  $(2a+12)x + b-16 = 0$ , se tiene que  $2a+12 = 0$  y  $b+16 = 0$ , es decir  $a = -6$  y  $b = 16$ .