

# Pauta Control 5 de Matemáticas 1

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Jueves 29 de Abril, 2010

**Tiempo : 15 minutos .**

**Nombre:**

**Elija sólo un problema.**

1. Considere el conjunto  $A = \{x \in \mathbb{R} : |x - 2| + |x - 5| > 1\}$ . ¿Es  $A$  un conjunto acotado?

Solución:

Par determinar si el conjunto  $A$  es acotado, debemos resolver la desigualdad  $|x - 2| + |x - 5| > 1$ .

Si  $x \in (-\infty, 2)$  entonces se tiene que

$$\begin{aligned}|x - 2| + |x - 5| > 1 &\Leftrightarrow -(x - 2) - (x - 5) > 1 \\ &\Leftrightarrow -x + 2 - x + 5 > 1 \\ &\Leftrightarrow -2x + 7 > 1 \\ &\Leftrightarrow -2x + 6 > 0 \\ &\Leftrightarrow x < 3\end{aligned}$$

Por tanto  $x \in (-\infty, 2) \cap (-\infty, 3) = (-\infty, 2)$ .

Si  $x \in [2, 5)$  entonces se tiene que

$$\begin{aligned}|x - 2| + |x - 5| > 1 &\Leftrightarrow (x - 2) - (x - 5) > 1 \\ &\Leftrightarrow x - 2 - x + 5 > 1 \\ &\Leftrightarrow 3 > 1\end{aligned}$$

Por tanto  $x \in [2, 5) \cap \mathbb{R} = [2, 5)$ .

Si  $x \in [5, \infty)$  entonces se tiene que

$$\begin{aligned}|x - 2| + |x - 5| > 1 &\Leftrightarrow (x - 2) + (x - 5) > 1 \\ &\Leftrightarrow x - 2 + x - 5 > 1 \\ &\Leftrightarrow 2x - 7 > 1 \\ &\Leftrightarrow 2x - 8 > 0 \\ &\Leftrightarrow x > 4\end{aligned}$$

Por tanto  $x \in [5, \infty) \cap (4, \infty) = [5, \infty)$ .

Luego

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |x - 2| + |x - 5| > 1\} = (-\infty, 2) \cup [2, 5) \cup [5, \infty) = \mathbb{R}$$

Entonces  $A$  no es acotado. En efecto si  $A = \mathbb{R}$  es acotado entonces  $A = \mathbb{R}$  es acotado superiormente y como  $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$ , se tendría que  $\mathbb{N}$  es acotado superiormente, lo cual es una contradicción.

2. Sea  $B$  el conjunto de todos los números reales  $x$  que están a distancia menor o igual que  $\frac{1}{2}$  del real  $-7$ . ¿Es  $B$  un conjunto acotado?. En caso de ser acotado, muestre una cota superior y una cota inferior.

Solución:

Notemos que

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : |x - (-7)| \leq \frac{1}{2} \right\}$$

Luego notamos que

$$\begin{aligned} |x - (-7)| \leq \frac{1}{2} &\Leftrightarrow |x + 7| \leq \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x + 7 \leq \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow -\frac{1}{2} - 7 \leq x \leq \frac{1}{2} - 7 \\ &\Leftrightarrow -\frac{15}{2} \leq x \leq -\frac{13}{2} \end{aligned}$$

Por tanto  $B = \left[-\frac{15}{2}, -\frac{13}{2}\right]$ , luego  $B$  es acotado inferiormente por  $-\frac{15}{2}$  y superiormente por  $-\frac{13}{2}$ . Entonces  $B$  es acotado.