Solución Problema 1.

Sea $\alpha = \sup(S)$, entonces $\alpha \geq s, \forall s \in S$. Por lo tanto $-\alpha \leq -s, \forall -s \in -S$, por lo tanto $-\alpha$ es cota inferior de $-S$. Es decir, -S es acotado inferiormente.

3 puntos

Si $-\alpha$ no es el ínfimo de –S, entonces existe β tal que $\beta \leq -s, \forall -s \in -S$ y además $-\alpha < \beta$. Es decir, $-\beta \geq s, \forall s \in S$, y además $\alpha > -\beta$. Lo que quiere decir que, $-\beta$ es cota superior de S y $-\beta$ es menor que α que es el supremo de S, lo cual es una contradicción, por que no existen cotas superiores menores que el supremo. Por lo tanto $-\alpha = \inf(-S)$, es decir $-\sup(S) = \inf(-S)$.

3 puntos

Solución Problema 2.

Af: 2=sup(A).

De hecho si $n = 1 \Rightarrow \dfrac{n+1}{2+(-1)^n n} = 2$.

1 punto

Si n es impar mayor que 1, entonces $2+(-1)^n n = 2-n < 0$, y como $n+1>0$, se tiene que, si n es impar y $n > 1 \Rightarrow \dfrac{n+1}{2+(-1)^n n} = \dfrac{n+1}{2-n} < 0 < 2$

2 puntos

Si n es par, entonces $2+(-1)^n n = 2+n > 1+n$, por lo tanto $\dfrac{n+1}{n+2} < 1$. Es decir, si n es par, se tiene que: $\dfrac{n+1}{2+(-1)^n n} = \dfrac{n+1}{2+n} < 1 < 2$.

2 puntos

Por lo tanto, para cualquier $n \in N$, se tiene que

$$\frac{n+1}{2+(-1)^n n} \leq 2$$

Por lo tanto 2 es cota superior de A, además como 2 es un elemento de A, se tiene que 2=sup(A).

1 punto

Af: -4=inf(A)

De hecho si n es par , entonces $2+(-1)^n n = 2+n > 0$, y como $n+1>0$, se tiene que, si n es par y $\Rightarrow \dfrac{n+1}{2+(-1)^n n} = \dfrac{n+1}{2+n} > 0 > -4$.

2 puntos

Si $n=1 \Rightarrow \dfrac{n+1}{2+(-1)^n n} = 2 > -4$

Si $n=3 \Rightarrow \dfrac{n+1}{2+(-1)^n n} = -4$.

1 punto

Si n es impar y mayor que 3 se tiene que $n-2 \geq 3,$ por lo tanto $\dfrac{3}{n-2} \leq 1,$ por lo tanto $\dfrac{-3}{n-2} \geq -1$ o equivalentemente $-1-\dfrac{3}{n-2} \geq -2$. Entonces, si n es impar y mayor que 3, se tiene que $\dfrac{n+1}{2+(-1)^n n} = \dfrac{n+1}{2-n} = -1-\dfrac{3}{n-2} \geq -2 > -4.$

2 puntos

Por lo tanto $\forall n \in N \Rightarrow \dfrac{n+1}{2+(-1)^n n} \geq -4.$ Por lo tanto -4 es cota inferior de A, pero como además -4 es un elemento de A, se tiene que inf(A) = -4.

1 punto