Solución al problema 1

$$\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}2^{n-k}=\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}2^{(n-1)-(k-1)}$$

$\boxed{1 \text{ punto}}$

Sea $k-1=j$ y $m=n-1$, entonces

$$\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}2^{(n-1)-(k-1)}=\sum_{j=0}^{m}\binom{m}{j}2^{m-j}=$$

$\boxed{2 \text{ puntos}}$

$$\sum_{j=0}^{m}\binom{m}{j}2^{m-j}1^{j}=(2+1)^{m}=3^{m}=3^{n-1}$$

Entonces,

$$\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}2^{n-k}=3^{n-1}$$

$\boxed{3 \text{ puntos}}$

♦

Solución al problema 2

Sea $n = 87 \cdot (15 - \sqrt{224})$, así se tiene:

$$n = 87 \cdot (15 - \sqrt{224}) = \frac{87}{15 + \sqrt{224}}.$$

$\boxed{\text{2 puntos}}$

Como $14 < \sqrt{224} < 15$,

$$\frac{87}{30} < n < \frac{87}{29}.$$

$\boxed{\text{2 puntos}}$

Como $87 = 3 \times 29$. Se tiene,

$$\frac{29}{10} < n < 3.$$

$$2,9 < n < 3.$$

Luego el número entero más cercano a n es 3.

$\boxed{\text{2 puntos}}$

♦