

Pauta Control 10 de Matemáticas 1

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Jueves 3 de Junio, 2010

Tiempo : 15 minutos .

Nombre:

Elija sólo un problema.

1. Grafique la función $f(x) = \text{sen}(x) - \text{cos}(x)$, para $x \in [-2\pi, 2\pi]$.

Solución:

Notemos que $f(x) = \text{sen}(x) - \text{cos}(x) = \sqrt{2}\text{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Como sabemos que $-1 \leq \text{sen}(y) \leq 1$, para todo $y \in \mathbb{R}$, se tiene que $-1 \leq \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Esto implica que

$$-\sqrt{2} \leq \sqrt{2}\text{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq f(x) \leq \sqrt{2}$$

para todo $x \in \mathbb{R}$. Luego para hacer el grafico de f consideramos el grafico de la funcin seno considerando ahora que el desplazamiento en el eje X de f , la amplitud de f y los intersecos de f con el eje X , tdo esto para $x \in [-2\pi, 2\pi]$.

2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2\text{cos}(x + \pi) + 2$. Determine el conjunto de todos los $x \in \mathbb{R}$ tales que $f(x) = 0$. Enuentre $\text{Im}(f)$.

Solución:

Notemos que

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2\text{cos}(x + \pi) + 2 = 0 \Leftrightarrow \text{cos}(x + \pi) = -1$$

Como $\text{cos}(y) = -1 \Leftrightarrow y = \pi + 2k\pi$, con $k \in \mathbb{Z}$, se tiene que

$$\text{cos}(x + \pi) = -1 \Leftrightarrow x + \pi = \pi + 2k\pi \Leftrightarrow x = 2k\pi$$

Por tanto el conjunto pedido es

$$\{2k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$$

Sabemos que $-1 \leq \text{cos}(y) \leq 1$, para todo $y \in \mathbb{R}$ entonces

$$-1 \leq \text{cos}(x + \pi) \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2\text{cos}(x + \pi) \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq 2\text{cos}(x + \pi) + 2 \leq 4 \Leftrightarrow 0 \leq f(x) \leq 4$$

para todo $x \in \mathbb{R}$. Luego $\text{Im}(f) = [0, 4]$.