

Elije sólo un problema.

1. Grafica la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(t) = -2 \sin(2\pi(t+1)) + 3$

Solución:

$$f(t) = -2 \sin(2\pi t + 2\pi) + 3 = -2 \sin(2\pi t) + 3$$

La amplitud es 2

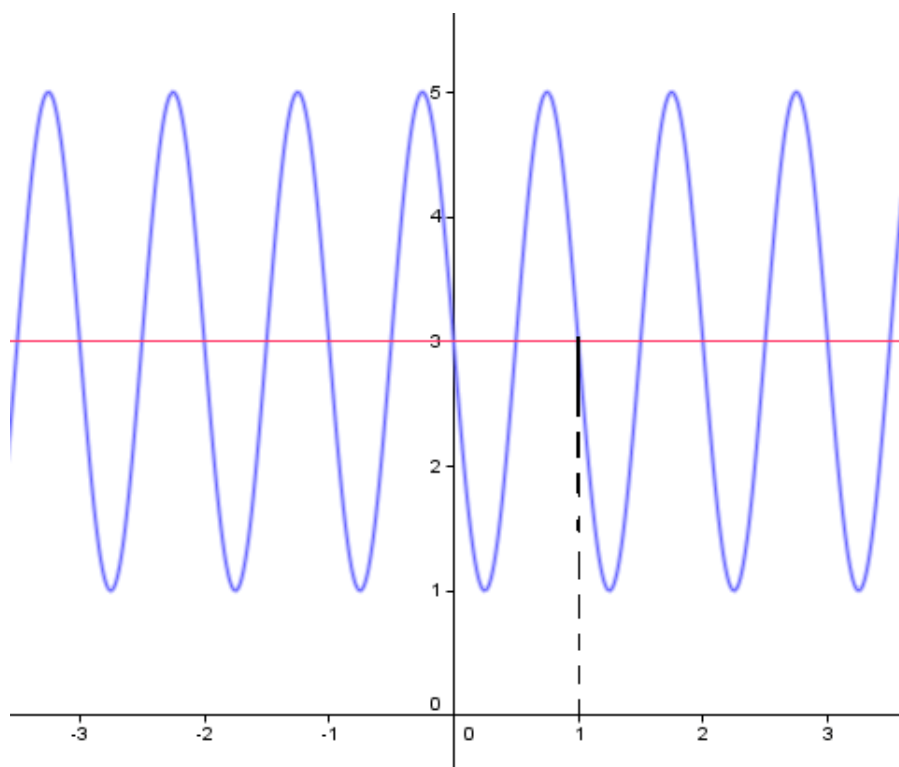
1 punto

y el período es 1.

1 punto

Además si el gráfico de $g(x) = -2 \sin(2\pi x)$ lo trasladamos hacia arriba en tres unidades obtenemos el gráfico de f .

1 punto

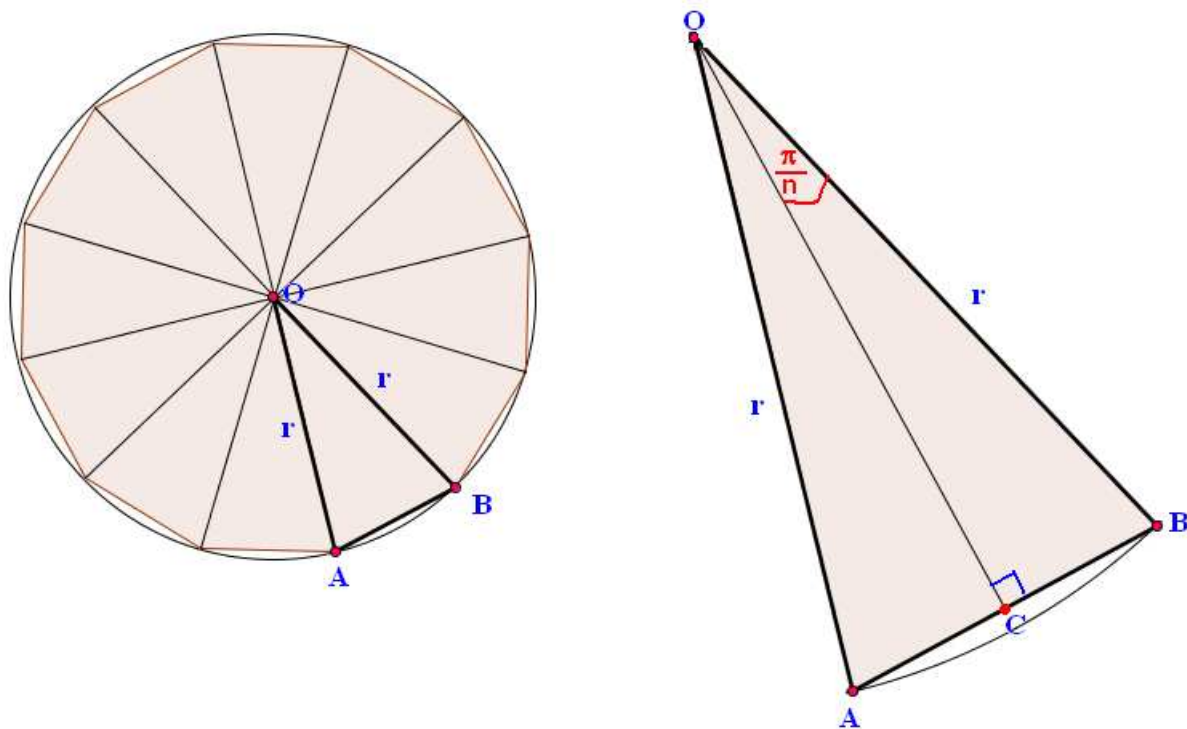


3 puntos

2. Demuestra que el área del polígono regular de n lados inscrito en el círculo de radio r , es:

$$P_n = nr^2 \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)$$

Solución:



El polígono regular de n lados está compuesto por n triángulos congruentes. Cada triángulo tiene un vértice en O , y todos esos ángulos en O son congruentes y miden

$$\frac{2\pi}{n}.$$

1 punto

El área del polígono de n lados inscrito en la circunferencia de radio r , es igual a n veces el área del $\triangle OAB$.

1 punto

El triángulo OAB es isosceles, pues dos de sus lados miden lo mismo que el radio de la circunferencia. La altura OC es mediatriz (o transversal de gravedad) es decir divide a AB en dos partes iguales, y además es biceatriz, es decir, divide al ángulo $\angle AOB$ en dos ángulos iguales, es decir, $\angle COB$ mide

$$\frac{\pi}{n}.$$

1 punto

Si denotamos por x la medida del trazo CB y por y la medida de la altura OC , entonces notamos que el área del triángulo $\triangle AOB$ es igual a

$$xy.$$

Por otra parte

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{\pi}{n}\right) &= \frac{x}{r} \Leftrightarrow r \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) = x \\ \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) &= \frac{y}{r} \Leftrightarrow r \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) = y\end{aligned}$$

2 puntos

Entonces el área de $\triangle AOB$ es

$$xy = r^2 \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)$$

Entonces el área del polígono regular de n lados inscrito en la circunferencia de radio r es:

$$P_n = nr^2 \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)$$

1 punto