

Décimo Primer de Matemáticas I

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

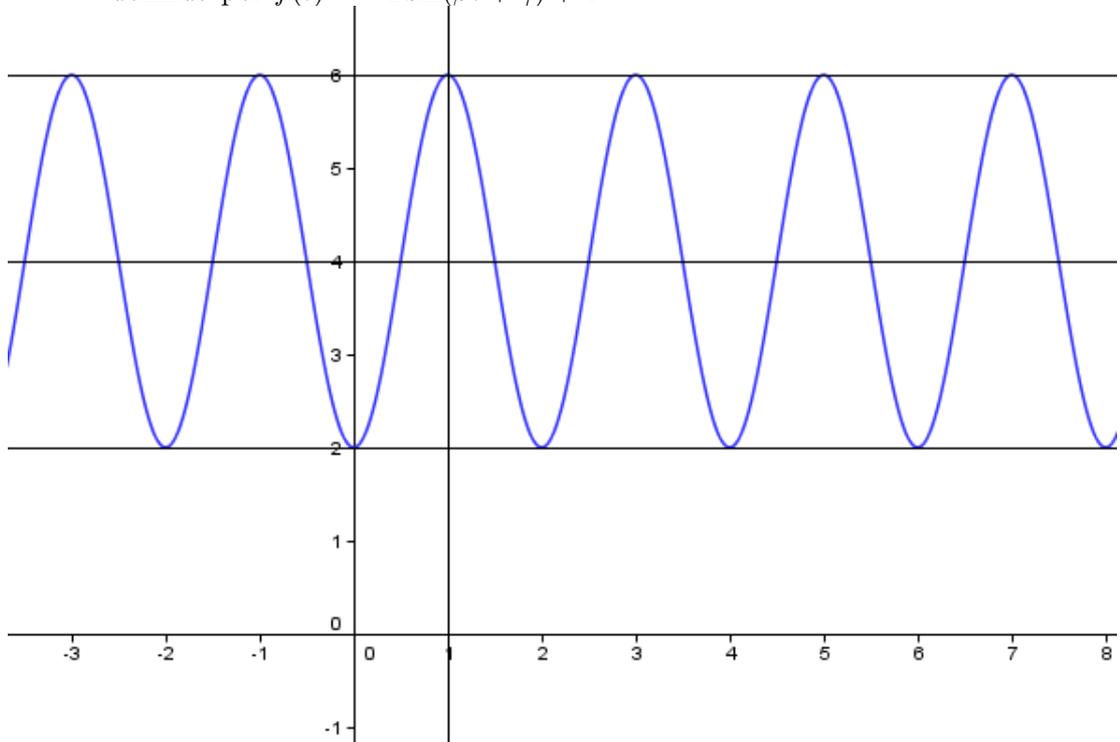
Mayo, 2009.

Tiempo: 15 minutos.

Nombre:

Elije sólo un problema.

1. La siguiente figura muestra parte de gráfico de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(t) = -2 \sin(\beta t + \gamma) + 4$



Determina el valor de β y el valor de γ .

Solución: De la figura se aprecia que el período de la función es 2, por lo tanto $\beta = \pi$. Por lo tanto $f(t) = -2 \sin(\pi t + \gamma) + 4$.

3 puntos

Como $f(0) = 2$ se tiene que:

$$f(0) = -2 \sin(\gamma) + 4 = 2$$

$$\sin(\gamma) = 1$$

Por lo tanto $\gamma = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$. En particular, podemos escoger $\beta = \pi$ y $\gamma = \frac{\pi}{2}$.

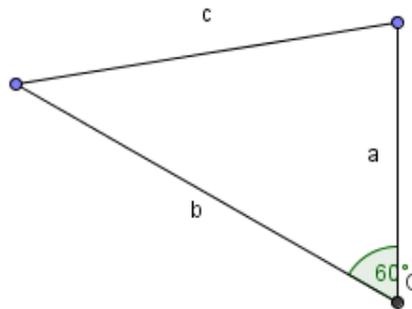
3 puntos

NOTA: Asignar puntaje máximo aunque no den las infinitas soluciones. Si solo dan una única solución considerar como óptimo.

2. Dos corredores, parten de un mismo punto O corriendo en línea recta, pero en distintas direcciones. El ángulo entre las direcciones de los corredores es de 60° . Uno corre a 6 m/s y el otro a $7,5 \text{ m/s}$. ¿Cuál es la distancia que los separa después de haber corrido $1,5 \text{ h}$?

Solución:

Si denotamos por a la distancia que recorre en $1,5$ horas el corredor que avanza a una velocidad de 6 m/s y por b la distancia que recorre en $1,5$ horas el otro corredor, podemos representar la situación de arriba, por la siguiente figura:



En la figura, c denota la distancia que separa a los dos corredores.

2 puntos

Utilizando el teorema del coseno se tiene que:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)}$$

2 puntos

Como

$$a = 3600 \times 1,5 \times 6 [m] = 32,4 [km]$$

$$b = 3600 \times 1,5 \times 7,5 [m] = 40,5 [km]$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

1 punto

Entonces

$$c = \sqrt{(32,4)^2 + (40,5)^2 - (32,4)(40,5)} [km] \approx 37,12 [km]$$

1 punto

NOTA: Asignar puntaje máximo aunque no haga todos los cálculos, basta que los deje expresados. Sin embargo, es importante que digan que $\cos(\pi/3) = 1/2$. Les ruego también no dar puntaje máximo si no incluyen las unidades de medida. Es decir, si alguien hace todo correcto, pero no dice que se trata de metros o kilómetros o lo que sea, entonces quitarle 0,2 puntos.