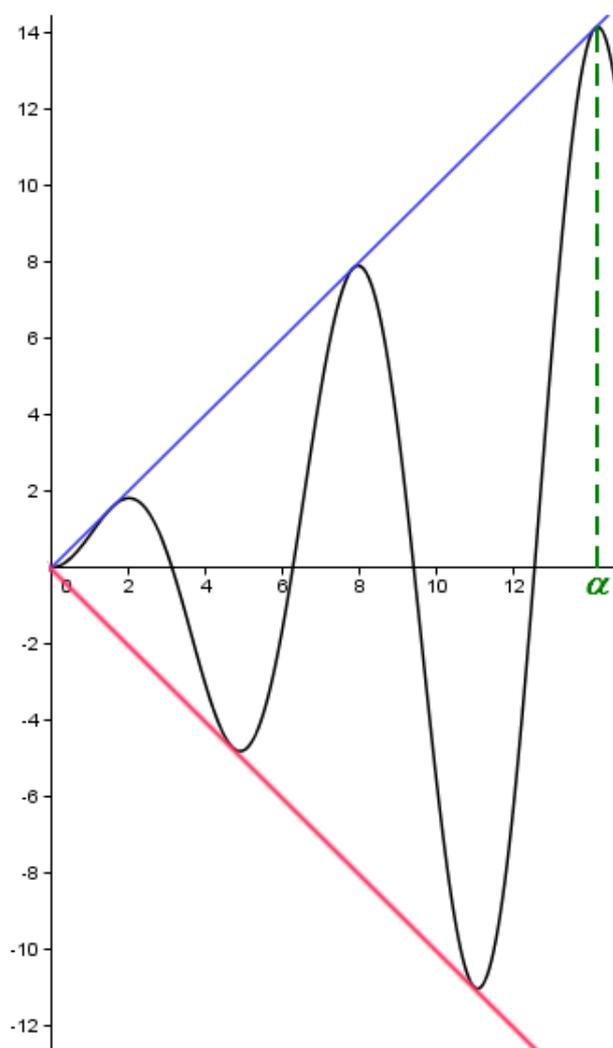


Décimo Control de Matemáticas I
Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.
Mayo, 2009

Tiempo: 15 minutos.

Nombre:

1. La siguiente figura muestra parte del gráfico de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x \sin(x)$, también se muestra parte de la recta $y = x$ y de la recta $y = -x$. Elije entre *a)* y *b)* y resuelve:



- a)* Grafica la función para $x \in [-5\pi, 0]$. Explica tu gráfico.

Como el seno es una función impar, es decir, $-\sin(x) = \sin(-x) \forall x \in \mathbb{R}$ se tiene que

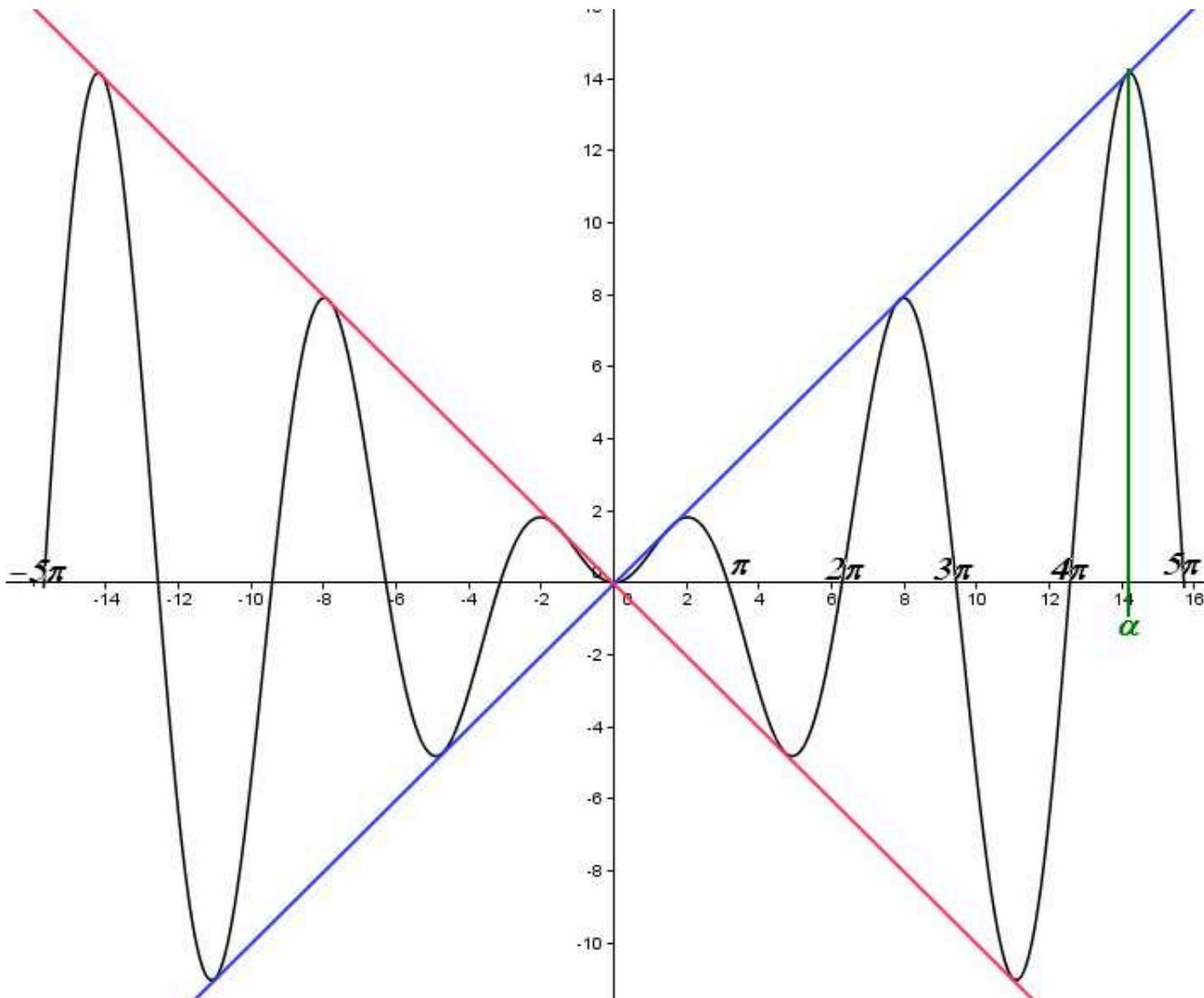
$$f(-x) = -x \sin(-x) = -x(-\sin(x)) = x \sin(x) = f(x) \forall x \in \mathbb{R}$$

Es decir, f es una función par, por lo tanto el gráfico de f es simétrico respecto al eje Y .

4 puntos

Además para $x \neq 0$, $f(x) = 0$ si y solo si $\sin(x) = 0$. Por lo tanto $f(-5\pi) = 0$. Así el gráfico solicitado es:

1 punto



1 punto

Observación 0.1 Dar el puntaje máximo si marcó $f(-5\pi) = 0$ y reflejó la parte de $x > 0$ respecto al eje Y . No dar ni quitar puntaje por las marcas de los ceros de la función.

b) ¿Cuál es el valor de α ? Explica tu respuesta.

El punto $(\alpha, f(\alpha))$ pertenece a la recta $y = x$, por lo tanto,

$$f(\alpha) = \alpha,$$

es decir

$$\alpha = \alpha \sin(\alpha)$$

2 puntos

Como α no es cero, se tiene que $\sin(\alpha) = 1$,

2 puntos

por lo tanto

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \text{ para cierto } k \in \mathbb{Z}$$

1 punto

Además α está entre la cuarta y quinta intersección positiva del gráfico con el eje X . Además es cierto que si $x > 0$, entonces $\sin(x) = 0$ si y solo si $f(x) = 0$. Por lo tanto, tenemos que tenemos que $\alpha \in (4\pi, 5\pi)$, por lo tanto

$$\alpha = 4\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{9\pi}{2}$$

1 punto