

Resolución de consultas vía Internet (Auxiliar 18 de Abril de 2007)

$$1) \left| \frac{x^2 - mx + 2}{2x^2 + x + 1} \right| \leq 3 \text{ Determinar si existe } m \in \mathbb{R} / \text{ para cada } x \in \mathbb{R}$$

$$-3 \leq \frac{x^2 - mx + 2}{2x^2 + x + 1} \leq 3$$

$$-3(2x^2 + x + 1) \leq x^2 - mx + 2 \leq 3(2x^2 + x + 1)$$

$$(-6x^2 - 3x - 3) \leq x^2 - mx + 2 \leq (6x^2 + 3x + 3)$$

Caso 1:

$$(-6x^2 - 3x - 3) \leq x^2 - mx + 2$$

$$0 \leq 7x^2 + (3 - m)x + 5$$

Caso 2:

$$x^2 - mx + 2 \leq (6x^2 + 3x + 3)$$

$$0 \leq 5x^2 + (3 + m)x + 1$$

Los análisis posteriores son relativamente complicados para realizarlos en este archivo. Pero la solución se basa en encontrar los puntos críticos, para determinar los intervalos en los cuales la ecuación cuadrática es positiva. (tener en cuenta que las soluciones finales se deben interceptar).

$$2) \text{ Buscar solución a } |x - 3|^2 - |x - 3| - 2 = 0.$$

$$\text{Primero } |x - 3|^2 = (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 6x + 7 - |x - 3| = 0$$

$$x^2 - 6x + 7 = |x - 3|$$

Ahora para $x < 3$

$$x^2 - 6x + 7 = x - 3$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x - 5)(x - 2) = 0$$

$$S_1 = \{5, 2\}$$

Ahora para $x \geq 3$

$$x^2 - 6x + 7 = -(x - 3)$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x - 4)(x - 1) = 0$$

$$S_2 = \{4, 1\}$$

$$S_f = \{5, 2\} \cup \{4, 1\}$$

3) Demostrar $x^3 + y^3 \geq xy^2 + yx^2$ con x, y positivos.

$$x^3 + y^3 \geq xy^2 + yx^2$$

$$x^3 + y^3 - xy^2 - yx^2 \geq 0$$

$$x^2(x - y) - y^2(x - y) \geq 0$$

$$(x^2 - y^2)(x - y) \geq 0$$

Ahora, como x, y son positivos. Si $x \geq y \Rightarrow x^2 \geq y^2 \Rightarrow (x^2 - y^2)(x - y) \geq 0$ o si

$$x \leq y \Rightarrow x^2 \leq y^2 \Rightarrow (x^2 - y^2)(x - y) \geq 0$$

Por ultimo, tienes que hacer el mismo procedimiento anterior pero devolviéndote.
(Como en ayudantía)

4) Buscar solución $\|2x - 6\| + 1 < 2005$

$$-2005 < |2x - 6| + 1 < 2005$$

$$-2006 < |2x - 6| < 2004$$

Caso 1:

$$-2006 < |2x - 6|$$

$$-2006 < 2x - 6 < 2006$$

$$-2000 < 2x < 2012$$

$$-1000 < x < 1006$$

Caso 2:

$$|2x - 6| < 2004$$

$$-2004 < 2x - 6 < 2004$$

$$-1998 < 2x < 2010$$

$$-999 < x < 1005$$

Intercepción de soluciones $s_f =]1000, 1005[$

5) Demostrar que $\sqrt{x+6} > \sqrt{x+1} + \sqrt{2x+5}$

Lo voy a pensar. (no creo que salga algo de este estilo en el ejercicio)