A continuacion damos una indicacion para el ejercicio 6 letra d).

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{2k}{1+k^2+k^4} = 1 - \frac{1}{1+n+n^2}$$

Primero debe multiplicar arriba y abajo por $\dfrac{k^2-1}{k^2-1}$

Asi tenemos

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{n} \frac{2k}{1+k^2+k^4}\frac{k^2-1}{k^2-1} &= \sum_{k=1}^{n} \frac{2k^3-2k}{k^6-1} \\
&= \sum_{k=1}^{n} \frac{2k^3-2k}{(k^3-1)(k^3+1)} \\
&= \sum_{k=1}^{n} \frac{Ak+B}{k^3-1} + \frac{Ck+D}{k^3+1} \\
&= \sum_{k=1}^{n} \frac{k^4(A+C)+k^3(B+D)+k(A-C)+B-D}{(k^3-1)(k^3+1)}
\end{aligned}$$

Luego se tiene el sistema

$$\begin{aligned}
A+C &= 0 \\
B+D &= 2 \\
A-C &= -2 \\
B-D &= 0
\end{aligned}$$

por lo tanto las soluciones son

$$B=1, \quad D=1, \quad A=-1, \quad C=1$$

Retomando los calculos anteriores se obtiene:

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{n} \frac{2k}{1+k^2+k^4} &= \sum_{k=1}^{n} \frac{-k+1}{k^3-1} + \frac{k+1}{k^3+1} \\
&= \sum_{k=1}^{n} -\frac{k-1}{(k-1)(k^2+k+1)} + \frac{k+1}{(k+1)(k^2-k+1)} \\
&= \sum_{k=1}^{n} -\frac{1}{k^2+k+1} + \frac{1}{k^2-k+1}
\end{aligned}$$

el problema finaliza, notando que el termino

$$k^2 - k + 1 = (k-1)^2 + (k-1) + 1$$

asi se tiene

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{n} \frac{2k}{1+k^2+k^4} &= \sum_{k=1}^{n} -\frac{1}{k^2+k+1} + \frac{1}{(k-1)^2+(k-1)+1} \\
&= -\frac{1}{n^2+n+1} + 1
\end{aligned}$$