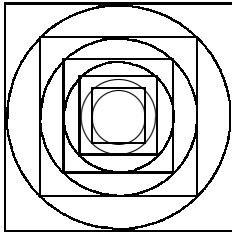


Taller de Matemáticas Verano 2010
Programa de Bachillerato, Universidad de Chile
Tercera Prueba

1. Sea $b_1 = 1$ y defina $b_n = 2b_{n-1} + 2^{n-1}$ para $n \geq 2$. Demuestre que $b_n = n2^{n-1}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.
2. En un cuadrado de lado a , se inscriben sucesivamente círculos y cuadrados como se muestra en la figura (n cuadrados y n círculos en total). En cada cuadrado sombree la región que está dentro del cuadrado pero fuera del círculo. (Pregunte en caso de duda)



- a) Determine el término general que representa el área del k -ésimo cuadrado.
- b) Determine el término general que representa el área del k -ésimo círculo.
- c) Calcule el área sombreada de la figura.

Ayuda: Si hace girar el segundo cuadrado dentro del primero se facilita la relación entre sus áreas.

3. Considere la función $f : [-10, 10] \rightarrow \mathbb{R}$ cuyo gráfico está dado en la página siguiente.
 - a) Diga, aproximadamente, para qué valores de x se tiene $f(x) = 0$.
 - b) Diga, aproximadamente, en cuáles intervalos se tiene que $f(x) > 0$.
 - c) ¿Es cierto que $f(x) = f(-x)$ para todo x en el dominio?
 - d) Esboce el gráfico de $f(|x + 2|)$ en uno de los cuadriculados vacíos.
 - e) Esboce el gráfico de $-|f(|x|)|$ en el otro cuadriculado vacío.

