Control 3 de Matemáticas II

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Agosto, 2009.

Tiempo: 15 minutos.

Nombre:

Elije sólo un problema.

1. Sea $F(x) = \int_{x^2}^{2} cos^2(2t)dt$. Encuentre $F'(x)$.

   Solución: Notemos primero que $F(x) = -\int_{2}^{x^2} cos^2(2t)dt$

   $$\boxed{\text{1 punto.}}$$

   entonces si $G(x) = \int_{2}^{x} cos^2(2t)dt$ y $h(x) = x^2$, entonces se tiene que

   $$F(x) = -G(h(x))$$

   $$\boxed{\text{2 puntos.}}$$

   Luego

   $$F'(x) = -G'(h(x))h'(x)$$

   $$\boxed{\text{1 punto.}}$$

   Por teorema fundamental del calculo, $G'(x) = cos^2(2x)$.

   $$\boxed{\text{1 punto.}}$$

   Por tanto

   $$F'(x) = cos^2(2x^2)2x = 2xcos^2(2x^2)$$

$\boxed{\text{1 punto.}}$

2. Encuentre la familia de primitivas de

$$\int \frac{cos(x)}{1+sen^2(x)}dx$$

Solución: Sea $u = sen(x)$ entonces se tiene que $du = cos(x)dx$.
Luego

$$\int \frac{cos(x)}{1+sen^2(x)}dx = \int \frac{1}{1+u^2}du$$

$\boxed{\text{2 puntos.}}$

Sabemos que $(arctang(x))' = \frac{1}{1+x^2}$ entonces por teorema fundamental del calculo

$$\int \frac{1}{1+u^2}du = arctang(u) + c$$

con $c \in \mathbb{R}$.

$\boxed{\text{2 puntos.}}$

Por tanto se tiene

$$\int \frac{cos(x)}{1+sen^2(x)}dx = arctang(sen(x)) + c$$

con $c \in \mathbb{R}$.

$\boxed{\text{2 puntos.}}$