P1)

1) Piedra: $-H = \chi_p(t_p) = \chi_{op} + v_{op} \cdot t_p + \frac{1}{2} a_p \cdot t_p^2$

$\forall\ \chi_{op} = 0m \ \wedge\ v_{op} = 0 m/s \ \wedge\ a_p = g \approx -9.8 m/s^2$

$\Rightarrow -H = \chi_p(t_p) = 0m + 0 m/s \cdot t_p + (-)\frac{9.8 m/s^2}{2} \cdot t_p^2$

$= -H = \chi_p(t_p) = -4,9 m/s^2 \cdot t_p^2 \equiv g/2 \cdot t_p^2$

$\therefore$ Sonido $0m = \chi_s(t_s) = \chi_{os} + v_{os} \cdot t_s + \frac{1}{2} a_s \cdot t_s^2$

$\forall\ \chi_{os} = -H \ \wedge\ v_{os}$ (Aún no) $\wedge\ a_s = 0 m/s^2$

$\Rightarrow 0m = -H + v_{os} \cdot t_s + \frac{1}{2} 0 m/s^2 \cdot t_s^2$

$= 0m = -H + v_{os} \cdot t_s$

2) Requiere despejar H en función de ambas ecuaciones (piedra y sonido)

$\forall\ v_{os} = c$ (Sin valor numérico aún)

$\therefore T_{(total)} = t_s + t_p$ (sin valor total aún)

(piedra)

$-H = g/2 \cdot t_p^2$

$\sqrt{\frac{-H \cdot 2}{g}} = t_p$ (i)

$\therefore$ (Sonido)

$0m = -H + c \cdot t_s$

$H = c \cdot t_s$

$H/c = t_s$ (ii)

$\therefore$ Usamos $T_{(total)}$ para dejar t_s en función de $T_{(total)}$ y t_p

$\rightarrow H/c = t_s$

$\therefore T_{(total)} = t_s + t_p$

$t_s = T_{(total)} - t_p$

$\Rightarrow H/c = t_s = T_{(total)} - t_p$

$H/c = T_{(total)} - t_p$

(ii') $t_p = T_{(total)} - H/c$

Mediante método de igualación juntamos (i) y (ii') para despejar H

$\Rightarrow \sqrt{\frac{-H \cdot 2}{g}} = t_p = T_{(total)} - H/c$

$\sqrt{\frac{-H \cdot 2}{g}} = T_{(total)} - H/c$

$\frac{-H \cdot 2}{g} = T^2 - \frac{2TH}{c} + H^2/c^2$

$0 = H^2/c^2 - \frac{2HT}{c} + \frac{2H}{g} + T^2$

$0 = \frac{H^2}{c^2} + H\left(\frac{2}{g} - \frac{2T}{c}\right) + T$

$\forall H$ = solución de la siguiente ecuación

$$0m = H^2/c^2 + H\left(\frac{2}{g} - \frac{2T}{c}\right) + T^2$$

$\therefore T_{(TOTAL)} = 3{,}00\,s \;\wedge\; c = 340\,m/s$

(Ambos con 3 cifras significativas)

$$\Rightarrow g \approx -9{,}81\,m/s^2$$

$$\Rightarrow 0m = H^2/(340\,m/s)^2 + H\left(\frac{2}{-9{,}81\,m/s^2} - \frac{2 \cdot 3{,}00\,s}{340\,m/s}\right) + (3{,}00\,s)^2$$

*SE Resuelve Eq. CUADRÁTICA:

$$H_1 \approx 40{,}7\,m \quad \text{(3 cifras significativas)}$$

No tomé $H_2 \approx 25{,}6\,km$ ya que el sonido no puede recorrerlo en menos de 3,00 s

P2) 2) MAGGIE primero realiza MRUA $\forall t_m = 2{,}00\,s$

$x_0 = 0\,m$ ^ $V_0 = 0\,m/s$ ya que parte del reposo

PARA Δx = Recorrido en MRUA se utiliza Eq itinerario:

$$\Delta x_M = x(t_m) = x_0 + V_0 \cdot t_m + \frac{1}{2} a_m \cdot t_m^2$$

$$\Delta x_M = x(2{,}00\,s) = 0\,m + 0\,m/s \cdot t_m + \frac{1}{2} a_m \cdot t_m^2$$

$$\Delta x_M = \frac{1}{2} a_m (2{,}00\,s)^2$$

$$\Delta x_M = a_m \cdot 2{,}00\,s^2$$

∴ Luego, V_{MAX} se calcula usando Eq de Velocidad:

$$V_{MAX} = V(t_m) = V_0 + a_m \cdot t_m$$

$$V_{MAX} = V(2{,}00\,s) = 0 + a_m \cdot 2{,}00\,s$$

$$V_{MAX} = a_m \cdot 2{,}00\,s \rightarrow (\text{será } V_0 \text{ en MRU})$$

ya que a esa velocidad deja de acelerar ∴ a esa velocidad comienza MRU

∴ Luego realizará un MRU

$$T(\text{total}) = t_{MRUA} - t_{MRU}$$

$$t_{MRU} = T(\text{total}) - t_{MRUA} = 10{,}20\,s - 2{,}00\,s = 8{,}20\,s$$

SE USA Eq itinerario en MRU

$$100\,m = \Delta x + V_{MAX} \cdot t_{MRU} + \frac{1}{2} a_{MRU} \cdot t^2$$

(debe recorrer; ya recorrido; ya no hay aceleración ∴ $a = 0\,m/s^2$)

$$\Rightarrow 100\,m = a_m \cdot 2{,}00\,s^2 + a_m \cdot 2{,}00\,s \cdot 8{,}20\,s$$

$$100\,m = a_m (2{,}00\,s^2 + 16{,}40\,s^2)$$

$$100\,m \div (18{,}40\,s^2) = a_m \approx 5{,}435\,m/s^2$$

∴ Luego $\Delta x = a_m \cdot 2{,}00\,s^2$

$$\Delta x = 5{,}435\,m/s^2 \cdot 2{,}00\,s^2$$

$$\Delta x_{Maggie} = 10{,}87\,m$$

$$\therefore V_{MAX\ Maggie} = a_m \cdot 2{,}00\,s$$

$$= 5{,}435\,m/s^2 \cdot 2{,}00\,s$$

$$V_{MAX\ Maggie} = 10{,}87\,m/s$$

Para Judy se ocupa procedimiento similar con $t_J = 3{,}00\,s$

MRUA: $x_0 = 0\,m$ ^ $V_0 = 0\,m/s$

$\Delta x = x(3{,}00\,s) = 0m + 0m/s \cdot t_J + \frac{1}{2} a_J \cdot t_J^2$

$\underline{\Delta x = a_J \cdot 4{,}50\,s^2}$ → Recorrido previo en MRU.

Luego, V_{MAX}

$V_{max} = V(t_J) = V_0 + a_J \cdot t_J$

$V_{max} = V(3{,}00\,s) = 0\,m/s + a_J \cdot 3{,}00\,s$

$\underline{V_{MAX\ JUDY} = a_J \cdot 3{,}00\,s}$ Será V_{0J} inicial y constante en MRU

$t_{MRU} = t_{total} - t_{MRU}$

$\underline{t_{MRU} = 10{,}20\,s - 3{,}00\,s = 7{,}20\,s}$

Se usa Eq. itinerario:

$100\,m = \Delta x_J + V_{0\,JUDY} \cdot t_{J_2} + \frac{1}{2} a_J \cdot t_J^2 = x_{JUDY}(t)$

$100\,m = (a_J \cdot 4{,}50\,s^2) + (a_J \cdot 3{,}00\,s) \cdot (7{,}20\,s) + 0m$

$100\,m = (a_J \cdot 4{,}50\,s^2) + (a_J \cdot 21{,}0\,s^2)$

$100\,m = a_J\,(4{,}50 + 21{,}0)\,s^2$

$100\,m \div (26{,}10\,s^2) = a_J$

$\underline{3{,}831\,m/s^2 \approx a_J}$

$\Delta x_J = a_J \cdot 4{,}50\,s^2$

$3{,}831\,m/s^2 \cdot 4{,}50\,s^2$

$\underline{\Delta x_J = 17{,}24\,m}$

$V_{MAX\ JUDY} = a_J \cdot 3{,}00\,s$

$3{,}831\,m/s^2 \cdot 3{,}00\,s$

$\underline{V_{MAX\ JUDY} = 11{,}49\,m/s}$

3) CAMARÓGRAFA PARTE CUANDO MAGGIE ALCANZA 30m
¿EN MRUA o MRU?

$\Delta X_{MAGGIE} = 10,87m \angle 30m \therefore MRU$

SE USA Eq ITINERARIO MRU - MAGGIE

PARA Δt = tiempo que demora la camarógrafa en partir Luego de MRUA MAGGIE

$$X_{MAGGIE}(\Delta t) = 30m = \Delta X_m + V_{maggie} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cancel{a_{MRU}} \cdot \Delta t^2$$

$$X_m(\Delta t) \Rightarrow 30m = 10,87m + 10,87 m/s \cdot \Delta t$$

$$\frac{30m - 10,87m}{10,87 m/s} = \Delta t = 1,76s$$ * Luego de MRUA MAGGIE ($t_m = 2,00s$)

$$T_{\text{que recorrió la camarógrafa}} = T_{total} - (\Delta t + t_{m\,MRUA})$$

$$= 10,20s - (1,76s + 2,00s)$$

$$T_{CAM} = 6,44s \quad \therefore V_{0\,CAM} = 0 m/s$$ ya que parte del reposo

SE USA Eq ITINERARIA

$$X_{CAM}(t) = 100m = 30m + V_{0\,CAM} \cdot T_{CAM} + \frac{1}{2} a_{CAM} \cdot T_{CAM}^2$$

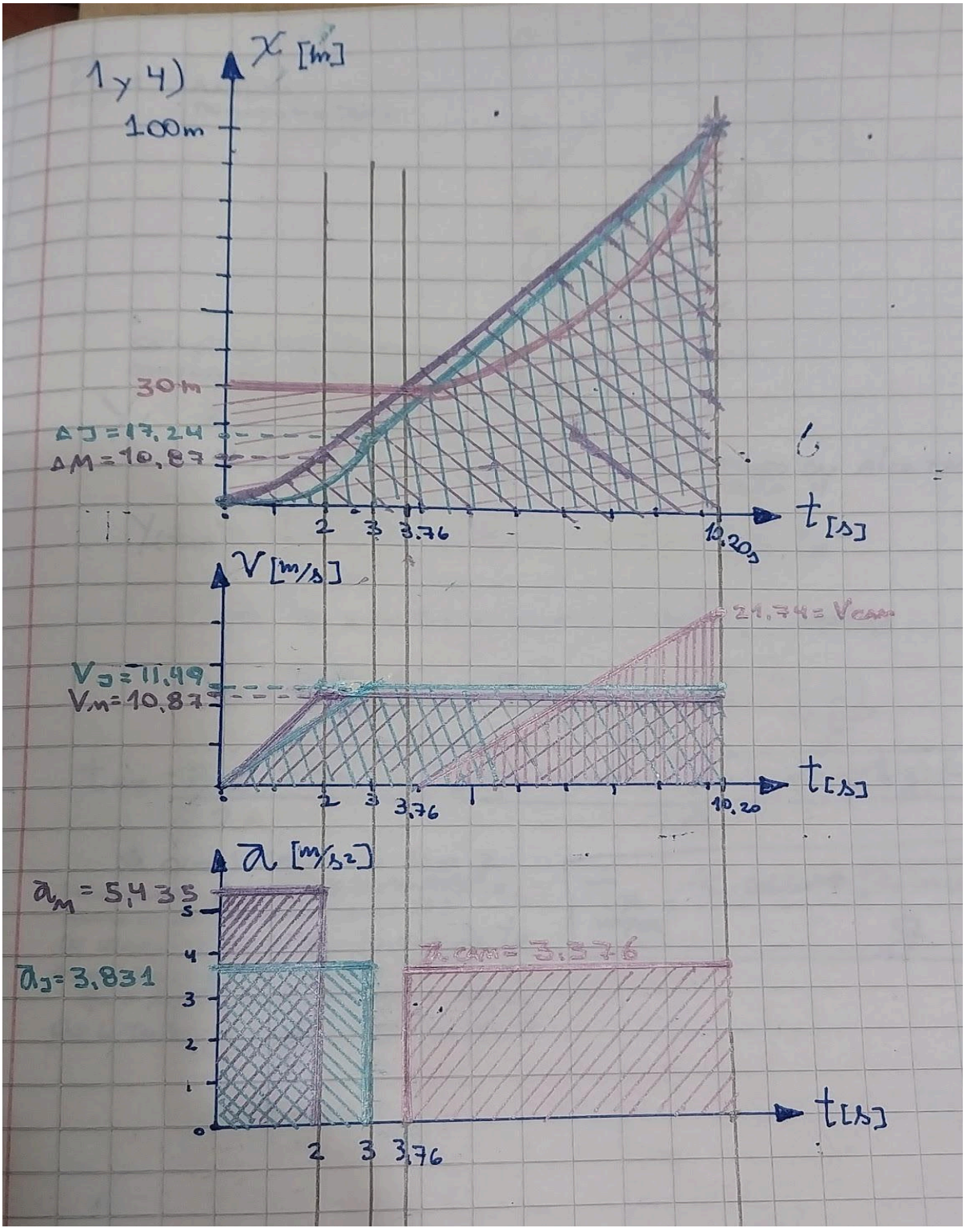
$$100m - 30m = 0m + \frac{1}{2} a_{CAM} \cdot (6,44s)^2$$

$$2 \cdot \frac{70m}{(6,44s)^2} = a_{CAM} \approx 3,376 m/s^2$$

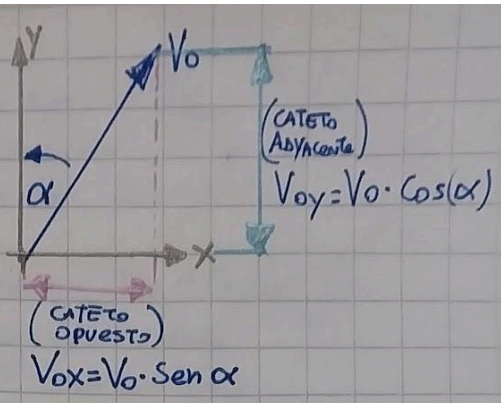
OTROS DATOS QUE USARÉ EN GRAFICAR (OPCIONAL)

$t_{INICIO\,CAM} = (10,20 - 6,44)s = 3,76s$

$V_{MAX\,CAM} = a_{CAM} \cdot T_{CAM} = 3,376 m/s^2 \cdot 6,44s \approx 21,74 m/s^2$


1 y 4)
x [m]
100m
30m
ΔJ = 17,24
ΔM = 10,87
2
3
3,76
10,20J
t [s]
V [m/s]
21,74 = Vcam
VJ = 11,49
VM = 10,87
2
3
3,76
10,20
t [s]
a [m/s²]
aM = 5,435
aJ = 3,831
acam = 3,376
5
4
3
2
1
0
2
3
3,76
t [s]

P3. 1) Análisis Trigonométrico



SE APLICA EQ. ITINERARIO EN EJE Y, YA QUE COMPARAMOS RESPECTO A ALTURA

$$Y_{(t_H)} = H = Y_0 + V_{0y} \cdot t_H + \frac{1}{2} a_y \cdot t_H^2$$

$\forall\, Y_0 = 0m \;\wedge\; a_y = g \;\wedge\; t_H =$ tiempo en alcanzar altura H

$$Y(t_H) = H = (0m) + V_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t_H + \frac{1}{2} g \cdot t_H^2$$

*SE ORDENA EN FUNCIÓN DE LOS GRADOS DE t_H Y SE BUSCAN CONSTANTES PARA EQ. CUADRÁTICA

$$0m = t_H^2 \cdot \underbrace{\frac{1}{2} g}_{A} + t_H^1 \cdot \underbrace{V_0 \cdot \cos(\alpha)}_{B} + t_H^0 \cdot \underbrace{(-H)}_{C}$$

$$t_H = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} = \frac{-V_0 \cdot \cos(\alpha) \pm \sqrt{(V_0 \cdot \cos\alpha)^2 - 4\left(\frac{1}{2} g\right)(-H)}}{2A}$$

YA QUE LA ECUACIÓN TIENE 2 SOLUCIONES REALES (2 INSTANTES t_H DONDE SE ALCANZA ALTURA H) SE USARÁ EL RESULTADO MAYOR DE t_H AQUEL DONDE SE SUMA LA RAÍZ, YA QUE REPRESENTA UN TIEMPO MAYOR. POR LO TANTO, UN SEGUNDO ALCANCE DE H.

$$t_{H\,\text{MAYOR}} = \frac{-V_0 \cdot \cos(\alpha) + \sqrt{(V_0 \cdot \cos(\alpha))^2 - 4\left(\frac{1}{2} g\right)(-H)}}{g}$$

2) Sabiendo que se impacta al avión en $t_{H_{MAYOR}} = t_{H2}$.
Se expresará primero la distancia x del lanzamiento
con $x_0 = 0m$ ^ $V_0 = V_0 \cdot Sen(\alpha)$ ^ $a_x = 0\ m/s^2$

$$x(t_{H2}) = 0m + V_0 \cdot Sen(\alpha) \cdot t_{H2} + \frac{0\ m/s^2 \cdot t_{H2}}{2}$$

∴ Luego se calcula el avance del Avión
durante t_{H2} $\forall V_{Avión\ x} = V_{a,x}$

$$\Rightarrow d_{\substack{dist \\ Avión}} = V_{a,x} \cdot t_{H2}$$

∴ Luego, $d = x(t_{H2}) - d_{\substack{dist \\ Avión}}$

$$\Rightarrow d = V_0 \cdot Sen(\alpha) \cdot t_{H2} - V_{a,x} \cdot t_{H2}$$

$$d = t_{H2}(V_0 \cdot Sen(\alpha) - V_{a,x})$$

- se expresa t_{H2}:

$$d = \left(\frac{-V_0 \cdot \cos(\alpha) + \sqrt{(V_0 \cdot \cos(\alpha))^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right) g\,(-H)}}{g}\right)(V_0 \cdot Sen(\alpha) - V_{a,x})$$

3) Se aplica Análisis dimensional para t_{H2}:

$$t_{H2} = \frac{-V_0 \cdot \cos(\alpha) + \sqrt{(V_0 \cdot \cos(\alpha))^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right) g\,(-H)}}{g}$$

$$[s] = \frac{[m/s] + \sqrt{[m/s]^2 - [m/s^2 \cdot m]}}{[m/s^2]}$$

$$[s] = \frac{[m/s] + \sqrt{[m/s]^2 - [m^2/s^2]}}{m/s^2}$$

$$[s] = \frac{[m/s] + \sqrt{[m/s]^2}}{[m/s^2]} = \frac{[m/s] + [m/s]}{[m/s^2]}$$

$$[s] = \frac{[m/s]}{[m/s^2]} = \frac{m}{s} \cdot \frac{s^2}{m} = \frac{m \cdot s \cdot s}{s \cdot m} = [s]\ //$$

° YA COMPROBADO t_{H2} [s]
SE ANALIZA d [m]

$$d = t_{H2} \cdot (V_0 \cdot \text{Sen}(\alpha) - V_{a,x})$$

$$[m] = [s] \cdot ([m/s] - [m/s])$$

$$= [s] \cdot (m/s)$$

$$[m] = \frac{s \cdot m}{s} = [m] \checkmark$$