# **SISTEMA DE ECUACIONES Y MATRICES**

Comenzaremos con un sistema de ecuaciones de 2X2

$$\begin{matrix}3x+5y=7\\2x-y= -2\end{matrix}$$

Genéricamente podemos escribirlo como

$$\begin{matrix}Ax+By=C\\Dx+Ey= F\end{matrix}$$

Resolvemos. Primera ecuación

$$Ax+By=C$$

$$By=C-Ax$$

$$y=\frac{C-Ax}{B}$$

Segunda ecuación

$$Dx+Ey= F$$

$$Dx+E\left(\frac{C-Ax}{B}\right)= F$$

$$Dx+\frac{EC}{B}-\frac{EAx}{B}= F$$

$$\left(D-\frac{EA}{B}\right)x= F-\frac{EC}{B}$$

$$\left(\frac{BD-EA}{B}\right)x=\left( \frac{BF-EC}{B}\right)$$

$$x=\frac{\left( \frac{BF-EC}{B}\right)}{\left(\frac{BD-EA}{B}\right)}$$

$$x=\frac{BF-EC}{BD-EA}$$

$$x=\frac{CE-BF}{EA- BD}$$

Reemplazamos en $y$

$$y=\frac{C-Ax}{B}$$

$$y=\frac{C-A\left(\frac{CE-BF}{EA- BD}\right)}{B}$$

$$y=\frac{\frac{C\left(EA- BD\right)-A\left(CE-BF\right)}{EA- BD}}{B}$$

$$y=\frac{\frac{CEA-CBD-ACE+ABF}{EA- BD}}{B}$$

$$y=\frac{\frac{-CBD+ABF}{EA- BD}}{B}$$

$$y=\frac{-CD+AF}{EA- BD}$$

$$y=\frac{AF-CD}{EA- BD}$$

El sistema de ecuaciones

$$\begin{matrix}Ax+By=C\\Dx+Ey= F\end{matrix}$$

Tiene solución

$$\begin{matrix}x=\frac{CE-BF}{EA- BD}&&y=\frac{AF-CD}{EA- BD}\end{matrix}$$

Podemos cambiar nombres a los coeficientes

$$\begin{matrix}a\_{11}x\_{11}+a\_{12}x\_{11}=b\_{11}\\a\_{21}x\_{21}+a\_{22}x\_{21}= b\_{21}\end{matrix}$$

Y agrupar matricialmente

$$\begin{matrix}a\_{11}x\_{11}+a\_{12}x\_{11}=b\_{11}\\a\_{21}x\_{21}+a\_{22}x\_{21}= b\_{21}\end{matrix}$$

$$\left[\begin{matrix}a\_{11}&a\_{12}\\a\_{21}&a\_{22}\end{matrix}\right]\left[\begin{matrix}x\_{11}\\x\_{21}\end{matrix}\right]=\left[\begin{matrix}b\_{11}\\b\_{21}\end{matrix}\right]$$

O bien

$$\left[\begin{matrix}A&B\\D&E\end{matrix}\right]\left[\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right]=\left[\begin{matrix}C\\F\end{matrix}\right]$$

Donde realizamos las operaciones de multiplicación especiales de matrices, que son distintas a la operación multiplicación elemento a elemento (.\*)

Primera fila por primera columna igual al primer elemento

$$\left[\begin{matrix}A&B\\D&E\end{matrix}\right]\left[\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right]=\left[\begin{matrix}C\\F\end{matrix}\right]$$

$$Ax+By=C$$

Segunda fila por primera columna igual al segundo elemento

$$\left[\begin{matrix}A&B\\D&E\end{matrix}\right]\left[\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right]=\left[\begin{matrix}C\\F\end{matrix}\right]$$

$$Dx+Ey= F$$

Ese es el motivo por el que podemos decir que existe equivalencia en

$$\begin{matrix}\begin{matrix}Ax+By=C\\Dx+Ey= F\end{matrix}&⇔&\left[\begin{matrix}A&B\\D&E\end{matrix}\right]\left[\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right]=\left[\begin{matrix}C\\F\end{matrix}\right]&⇔&\left[\begin{matrix}a\_{11}&a\_{12}\\a\_{21}&a\_{22}\end{matrix}\right]\left[\begin{matrix}x\_{11}\\x\_{21}\end{matrix}\right]=\left[\begin{matrix}b\_{11}\\b\_{21}\end{matrix}\right]\end{matrix}$$

Como la multiplicación de matrices (\*) es completamente distinta a la multiplicación elemento a elemento (.\*), el sistema de ecuaciones matricialmente se escribe como

$$AX=B$$

$$\begin{matrix}A=\left[\begin{matrix}a\_{11}&a\_{12}\\a\_{21}&a\_{22}\end{matrix}\right] &X=\left[\begin{matrix}x\_{11}\\x\_{21}\end{matrix}\right] &B=\left[\begin{matrix}b\_{11}\\b\_{21}\end{matrix}\right]\end{matrix}$$

Y si bien existe la solución algebraica normal tenemos una resolución matricial de la forma

$$X=A^{-1}B$$

Que en octave se expresa como

X=inv(A)\*B

O también

X=A\B

Matemáticamente

$$\left[\begin{matrix}x\_{11}\\x\_{21}\end{matrix}\right]=\left[\begin{matrix}a\_{11}&a\_{12}\\a\_{21}&a\_{22}\end{matrix}\right]^{-1}\left[\begin{matrix}b\_{11}\\b\_{21}\end{matrix}\right]$$