# RADIACIÓN Y RECEPCIÓN DE ONDAS SONORAS

## Fuente Esférica Pulsante

La onda esférica es modelada por la siguiente ecuación

Una solución a esta ecuación es la onda esférica

Imagen que contiene Diagrama

Descripción generada automáticamente

Campo Lejano

Campo Cercano

Analizaremos a partir de esto el caso más simple de una fuente sonora esférica pulsante de radio que vibra expandiéndose y contrayéndose radialmente a una velocidad de superficie

La motivación de este estudio tiene que ver con el comportamiento de muchas fuentes sonoras de distintas geometrías que en bajas frecuencias que irradian sonido en un patrón de simetría esférica.

Gráfico

Descripción generada automáticamente

Mediciones de Nivel de Presión Sonora

Gráfico

Descripción generada automáticamente con confianza media

Modelo de Radiación Sonora Esférica de Distribución Instantánea con Respecto al Tiempo

Imagen que contiene Gráfico

Descripción generada automáticamente

Modelo De Presión Sonora Esférica RMS

Gráfico, Gráfico de superficie

Descripción generada automáticamente

Modelo de Nivel de Presión Sonora Esférica

Como hemos conversado anteriormente esta solución es válida para cualquier geometría no incluya la fuente, debido a que cuando , la presión sonora tiende a infinito y eso no es una solución válida. En esta primera parte de este capítulo, determinaremos la presión sonora de una esfera pulsante que permitirá calcular la presión sonora sobre la superficie de la esfera. Consideraremos una esfera cuya superficie tiene velocidad oscilatoria uniforme, es decir se infla y desinfla

Si bien esperamos que la solución por la forma y el comportamiento de la fuente, deberemos prestar atención a la amplitud y sus variaciones

Se hace necesario determinar la constante y para ello recurriremos a la impedancia acústica específica de ondas esféricas la cual es para cualquier posición en el espacio

Sobre la superficie de la esfera la impedancia acústica específica es

Entonces la presión sonora sobre la esfera es

Entonces para posiciones fuera de la esfera tenemos

Si volvemos a comparar la expresión clásica de ondas esféricas

Podemos inferir

De una forma más compacta podemos decir que

Entonces para

Determinaremos la amplitud de la presión

La intensidad es

En este caso como la radiación es perfectamente omnidireccional podemos calcular la potencia sonora como

Volvamos a la expresión inicial y consideremos que el radio es pequeño y que la frecuencia es baja en términos numéricos, es decir . Por la tanto la multiplicación del numero de onda con el radio de la esfera es un número pequeño

Y si entonces , cuando estemos en el campo lejano , entonces podemos aproximar

Como la superficie de la esfera es tenemos

Definimos Velocidad de Flujo Volumétrico de la Fuente (Poder de Fuente) como

En una esfera pulsante

Entonces

A partir de esto definimos fuente simple como todo tipo de fuente cuya mayor dimensión es mucho menor que la longitud de onda que emite o bien . Entonces la presión sonora de una fuente simple

Donde es la superficie de la fuente, por ejemplo, un cubo , un pequeño paralelepípedo de dimensiones *,* su superficie es , etc.

La intensidad sonora de una fuente simple

La potencia sonora de una fuente simple

Si la fuente simple está ubicada sobre una superficie infinitamente rígida y reflectante, la presión se duplica

Diagrama

Descripción generada automáticamente

La presión sonora es

La intensidad es

La potencia sonora

Esto significa que para bajas frecuencias la radiación sonora será aproximadamente omnidireccional, sin importar la geometría de la fuente

|  |  |
| --- | --- |
| Diagrama  Descripción generada automáticamente | Gráfico  Descripción generada automáticamente |

Este concepto es de vital importancia porque en altas frecuencias cuando no podamos usar esta aproximación podemos aproximar el comportamiento de una fuente de geometría complicada como una sumatoria de fuentes simples, pequeñas e infinitesimales. Todo esto usando el concepto de superposición coherente

Un dibujo de una jaula

Descripción generada automáticamente con confianza media

Ejercicio

Una esfera pulsante de radio irradia ondas esféricas al aire a una frecuencia de , produciendo una intensidad sonora a una distancia del centro de la esfera.

1. Calcular la potencia de la esfera.
2. Sobre la superficie de la esfera calcular la amplitud de la velocidad de partículas.
3. Sobre la superficie de la esfera calcular la amplitud de la presión sonora.
4. Sobre la superficie de la esfera la amplitud del desplazamiento de partículas.
5. Sobre la superficie de la esfera el número de Mach.
6. Fuera de la esfera calcular la amplitud de la velocidad de partículas.
7. Fuera de la esfera calcular la amplitud de la presión sonora.
8. Fuera de la de la esfera la amplitud del desplazamiento de partículas.
9. Fuera de la de la esfera el número de Mach.

Primero se debe calcular la relación , si es mucho menor que 1 entonces podemos trabajar este problema como fuente simple, caso contrario debemos considerar el problema en toda su complejidad.

Como no es menor que 1 debemos considerar el problema completo sin usar la hipótesis de fuente simple

1. Calcular la potencia de la esfera.
2. Sobre la superficie de la esfera calcular la amplitud de la velocidad de partículas.

Entonces en podemos despejar de la ecuación anterior y reemplazar los valores de todo y despejamos

1. Sobre la superficie de la esfera la amplitud del desplazamiento de partículas.
2. Sobre la superficie de la esfera el número de Mach.

## Dipolo Acústico

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Tenemos dos fuentes separadas por una distancia , ambas fuentes son simples de a igual amplitud y de fase contraria, es decir una de amplitud positiva y la otras de amplitud negativa

Factorizamos

Para el campo lejano podemos tomar las siguientes aproximaciones

Podemos pensar que estos términos son muy pequeños, pero en altas frecuencias estos términos son grandes

Presión Axial

Factor Direccional

Propagación Ondulatoria

Para bajas frecuencias

Y entonces se puede observar

Llegando a la clásica expresión de dipolo acústico

El valor absoluto de la presión sonora es

Una de las cosas que hay que tener presente es el Teorema de Reciprocidad Acústica que indica que el comportamiento de fuentes/receptores pueden intercambiarse y la información se conserva. En aspectos más prácticos dentro del contexto del dipolo, al intercambiar fuentes simples (parlantes pequeños) por receptores simples (membranas de micrófonos) se conserva el mismo Factor Direccional . En este caso vemos el micrófono Neumann U 87 con doble membrana (2 receptores/fuentes) en el cual una membrana es polarizada con el voltaje y la otra es polarizada con el mismo voltaje, pero con su fase inversa (180o o rad) , lo que produce un patrón de recepción dipolar o figura 8. Para los otros patrones direccionales se polarizan las membranas con distintos voltajes y fases.



|  |  |
| --- | --- |
| Imagen que contiene objeto, micrófono  Descripción generada automáticamente | Neumann U87 Ai - Turnlab |

## Arreglo Lineal de Fuentes

Consiste en un conjunto de fuentes simples, omnidireccionales alineadas en un eje recto, todas generando la misma amplitud y por lo tanto la presión sonora de cada fuente y de su conjunto son expresadas como

Un conjunto de letras blancas en un fondo blanco

Descripción generada automáticamente con confianza media

Presión individual de cada fuente

La presión total

Aproximamos para campo lejano, es decir , donde , es la longitud del arreglo, es el número de fuentes y es la distancia entre fuentes. Tomamos el origen de desde el centro del arreglo. Cada es dado por

La distancia al centro del arreglo es

Usando una enorme cantidad de identidades trigonométricas y después de muchos, extensión y complejos pasos algebraicos y trigonométricos

Presión Axial

Factor Direccional

Propagación Ondulatoria

Volvamos al Factor Direccional, cuando su denominador es nulo el factor se maximiza, para esos ángulos tenemos un lóbulo, ya sea principal, como el caso de y los lóbulos secundarios (el número de estos está limitado)

Superficies Nodales

Lóbulo Secundario

Gráfico, Gráfico radial

Descripción generada automáticamente

Lóbulo Secundario

Superficies Nodales

Lóbulo Principal

Cuando el numerador es cero tenemos una superficie nodal la cual está dada por

Una aplicación del arreglo lineal de fuente es poder generar de forma direccional la radiación del sonido hacia un solo sector. Cuando las fuentes no son omnidireccionales, pero todas idénticas, existe el llamado Teorema del Producto el cual dice

Gráfico, Gráfico radial

Descripción generada automáticamente

Gráfico, Gráfico radial

Descripción generada automáticamente

Gráfico, Gráfico radial

Descripción generada automáticamente

Imagen de la pantalla de un computador

Descripción generada automáticamente con confianza baja

Imagen que contiene Gráfico

Descripción generada automáticamente

Gráfico

Descripción generada automáticamente

Si a cada fuente se le adjunta un pequeño retardo de tiempo , de tal forma que la presión individual de cada fuente

La presión total

El factor direccional se transforma en

Gráfico, Gráfico radial

Descripción generada automáticamente

Una aplicación de esto es en sonares, o también en detección de fuentes en geometrías complejas. En este punto podemos decir que este que es válido para arreglos de fuentes simples (parlantes pequeños) puede ser extendido para arreglos de receptores pequeños (micrófonos). Esto se debe al Teorema de la Reciprocidad Acústica donde el papel de pequeños receptores y pequeñas fuentes puede intercambiarse sin alterar el flujo de energía y por ende no existe pérdida de información.

## Fuente Lineal Continua

Como modelo básico de radiación sonora de carreteras y otras estructuras geométricas como tubos y cañerías, la fuente lineal continua es un primer paso para considerar fuentes más complejas. Esta fuente es cilíndrica de longitud , radio . Es muy delgada de tal forma que y el punto recepción está en el campo lejano, dicho de otra forma . El cilindro se expande alrededor de su radio a una velocidad que es paralela al vector normal El sistema de coordenadas que se usará es polar y la geometría se expresa en el siguiente gráfico.

Imagen que contiene objeto, barco, pequeño, tabla

Descripción generada automáticamente

Diagrama, Dibujo de ingeniería

Descripción generada automáticamente

Recordemos que una fuente simple irradia presión sonora de la forma

Como el segmento es infinitesimal entonces se comporta como una fuente simple. Por otra parte los extremos del tubo son demasiado pequeños para aportar a la presión, entonces el elemento del tubo aporta un elemento de presión sonora

Donde

Entonces

Por lo tanto, determinamos la presión sonora en función de la integral

La integral planteada no posee una resolución analítica, pero podemos hacer algunas aproximaciones en campo lejano

Entonces para campo lejano

Multiplicamos y dividimos por

Al igual que en casos anteriores tenemos

La presión axial corresponde al comportamiento del cilindro como fuente simple y

El patrón polar, factor direccional es

Reemplazando tenemos , entonces Por lo tanto, usando el límite notable cuando tenemos que . Aparte de , existen ángulos donde se forman lóbulos, es decir

El número es un número finito.

Las superficies nodales son dadas por

El número es un número finito.

## Integral de Raygleigh

Supongamos un cuerpo vibratorio montado sobre un panel reflectante e infinito, posee una superficie y un elemento de dicha superficie puede ser considerado una fuente simple que irradia una presión sonora. Donde definimos la distancia desde el centro del sistema de coordenadas al punto receptor

La posición del elemento de superficie en relación con el sistema de coordenadas

El vector normal a la superficie

Cada elemento de superficie posee una velocidad de partículas conocida

Podemos pensar que para una frecuencia en estado estacionario

Si la fuente simple está montada sobre una pantalla infinita

El elemento de superficie produce un elemento de presión de la forma

Podemos calcular la presión sonora

Con más detalle

Podemos pensar que es fijo, que es fijo, es fijo, es fijo, pero es variable y son variables . Esta integral es conocida como integral de Rayleigh. Como es de esperarse esta integral no tiene muchas soluciones de carácter analítico, pero es posible que sea calculada de manera aproximada mediante una discretización.

Si consideramos una semi esfera pulsante en 3D de radio

Podemos aproximar esta integral por una sumatoria o superposición coherente de múltiples fuentes simples

Una representación gráfica

## Pistón Circular Plano Montado en Pantalla Infinita: Presión Axial

El pistón plano montado en pantalla infinita nos permite tener un modelo analítico aproximado de un parlante. La ventaja de un modelo de esta naturaleza nos permite tomar decisiones iniciales que son importantísimas en el diseño conceptual de cajas acústicas y de sistemas distribuidos de parlantes. Consideremos, como un primer modelo de parlante a un pistón plano montado sobre una pantalla infinita de radio vibrando de manera uniforme a una velocidad de forma normal a la superficie

La integral de Reyleigh

Donde es el radio del pistón plano. Determinaremos

En el caso de la presión axial podemos calcular de manera exacta

Podemos separar

Podemos resolver la integral por substitución

Volvamos a la integral

La presión axial se puede expresar como

Imagen de la pantalla de un video juego

Descripción generada automáticamente con confianza mediaEsta expresión es una de las pocas que puede expresar de manera analítica el comportamiento de campo cercano (rojo) y campo lejano (azul) adecuadamente

Imagen que contiene micrófono, objeto, tabla, frente

Descripción generada automáticamente

Imagen que contiene Diagrama

Descripción generada automáticamente

Si el pistón es pequeño comparado con la longitud de onda en el campo lejano podemos usar la expresión

En términos de amplitud

Los puntos de máxima amplitud y mínima amplitud en el campo cercano son dados por la expresión

Imagen que contiene micrófono, objeto, tabla, frente

Descripción generada automáticamente

Imagen que contiene Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ejemplo

máximo de presión

mínimo de presión igual a cero

máximo de presión igual a cero

Para impar tenemos los máximos y para par los valores de la presión igual a cero. Es por esta razón que las mediciones acústicas se realizan en campo lejano o por lo menos a una distancia de un metro de la fuente, a fin de evitar que los puntos nodales intervengan en la medición y la fuente sea caracterizada con un nivel de presión menor a lo que realmente produce. Un ejemplo de esto es el concepto de sensibilidad de un parlante que es el nivel de presión sonora cuando al parlante se le inyecta 1 Watt de potencia eléctrica medida a un metro, a una frecuencia de 1000 (Hz)

## Campo Lejano

En este caso no se derivará esta expresión y se recomienda la lectura complementaria asociada (Acoustics: Sound Fields and Transducers, Beranek & Mellow, 2012)

El elemento de superficie está definido desde el centro de una fuente lineal continua infinitesimal, es decir toma el valor

Cuando estamos en campo lejano podemos aproximar por

La presión sonora es

Aproximamos en el denominador

Debemos considerar de la figura que , por lo tanto,

No es una integral trivial, la mejor forma de resolver es expandiendo y en series de Taylor entorno a

Donde es la función de Bessel de primera especie de orden uno correspondiente a la solución de la ecuación diferencial

La cual se expresa como serie de potencias

Esta es una función disponible en Matlab y Octave Grafico de la función besselj(1,x)

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Diagrama, Dibujo de ingeniería

Descripción generada automáticamente

Gráfico, Gráfico radial

Descripción generada automáticamente

Este es el comportamiento para el pistón circular plano de radio a = 0.05 m a una frecuencia de 10000 Hz en escala lineal

Gráfico, Gráfico radial

Descripción generada automáticamente

Superficies nodales

Este es el comportamiento para el pistón circular plano de radio a = 0.05 m a una frecuencia de 10000 Hz en escala logarítmica. Los valores de la función se pueden obtener de esta tabla

Tabla

Descripción generada automáticamente

## Presión Axial

La presión axial corresponde a la presión sonora del pistón plano cuando se comporta como fuente simple

## Factor Direccional

Las superficies nodales están dadas para

Los términos son los ceros de la función de Bessel, es decir

Tabla

Descripción generada automáticamente

## Impedancia Acústica Específica de Radiación de un Pistón Circular Plano Montado Sobre una Pantalla Infinita

Todas las fuentes sonoras deben “vencer” la “resistencia” del aire y además cada elemento de superficie irradia presión sonora no solamente para el exterior, sino que también irradia presión sonora sobre elementos de superficie adyacente

Presión sonora hacia el exterior

Presión sonora sobre la fuente misma

Se define impedancia acústica específica de radiación para cualquier cuerpo que genera energía sonora como

Esta se puede en forma general

Donde es la parte resistiva, encargada de la propagación de la energía y es la parte reactiva que está asociada a la carga másica que la fuente recibe debido al fluido externo. Para una fuente sonora de velocidad uniformemente distribuida la potencia sonora irradiada es

Donde es la superficie de la fuente(recordemos que para una resistencia eléctrica la potencia disipada es ). Por otra parte, se tiene la llamada masa de radiación que corresponde a la carga que el fluido ejerce sobre la fuente vibratoria

Para un pistón circular plano la impedancia acústica específica de radiación es

Donde es la función de Bessel de primera especie de orden 1 y es la función de Struve de primer orden

Texto

Descripción generada automáticamenteTexto

Descripción generada automáticamenteGráfico

Descripción generada automáticamente

Debemos considerar que donde f es la frecuencia, k es el numero de onda y a es el radio del pistón circular plano

En altas frecuencias

Por lo tanto, la potencia sonora irradiada en altas frecuencias se puede aproximar para un pistón circular plano

En bajas frecuencias

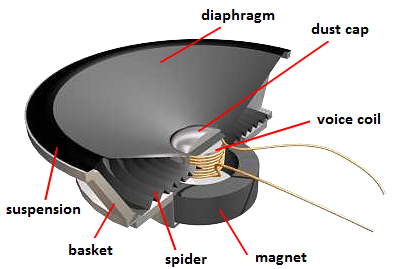
La parte reactiva es mucho mayor que la parte resistiva, entonces aproximamos la potencia de radiación en bajas frecuencias () como

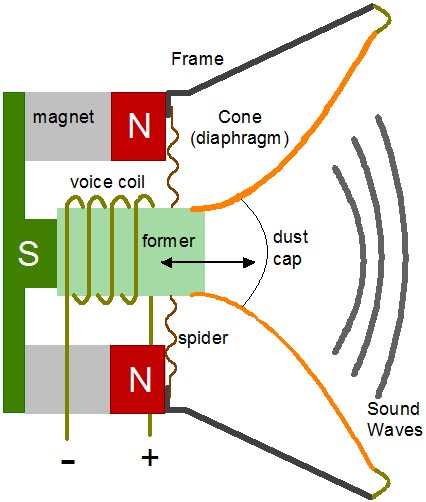
Ejemplo

Ejemplo

Ejemplo

Tenemos dos formas de aumentarla potencia irradiada en bajas frecuencias, la primera es aumentar la velocidad , mientras que la segunda y que al mismo tiempo es más fácil es adicionalmente aumentar el radio de l pistón .





La velocidad , está asociada a la fuerza electromotriz donde es la intensidad de flujo magnético y es la inductancia de la bobina