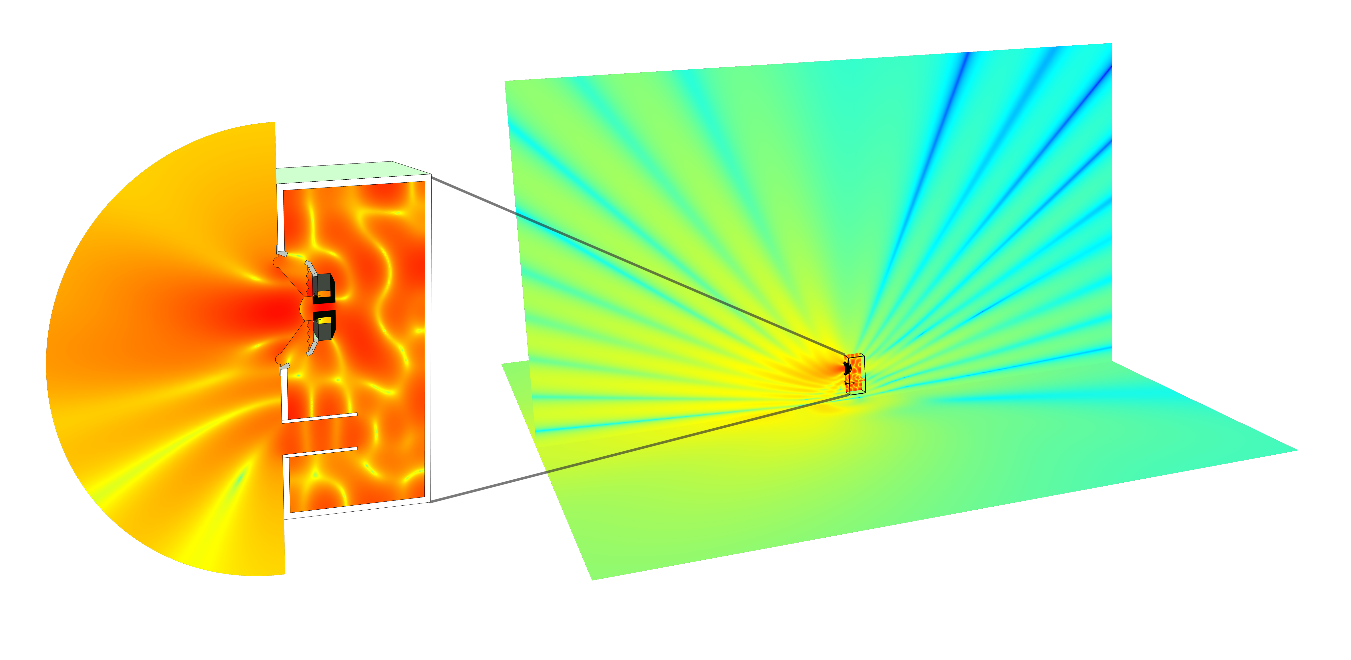
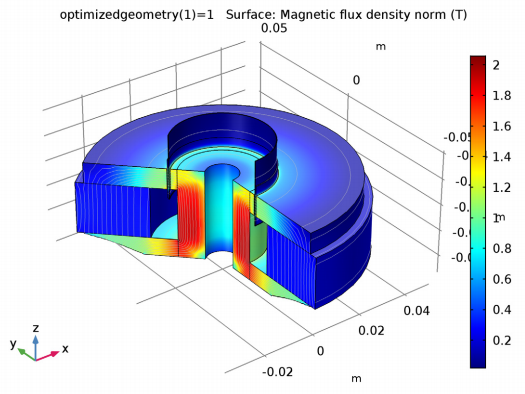
1. **ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE ORDEN SUPERIOR (EDOn)**
   1. INTRODUCCIÓN

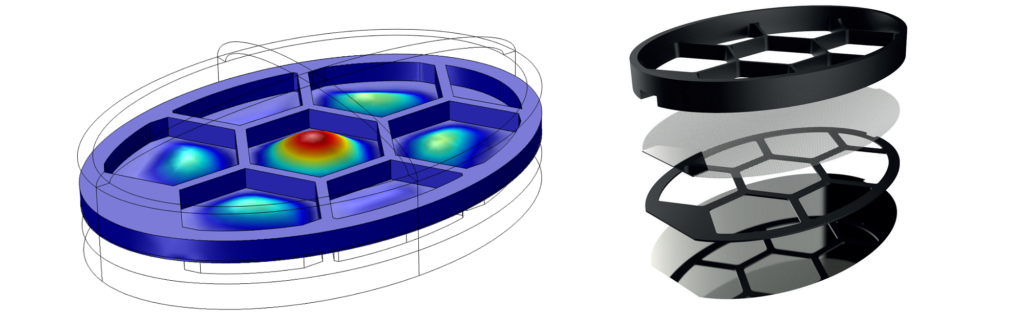
Existen un sin número de problemas físicos, acústicos, eléctricos, electrónicos, sistemas de audio que se pueden modelar mediante ecuaciones diferenciales. Por ejemplo, tenemos un parlante, el cual es un sistema electro - mecano - acústico



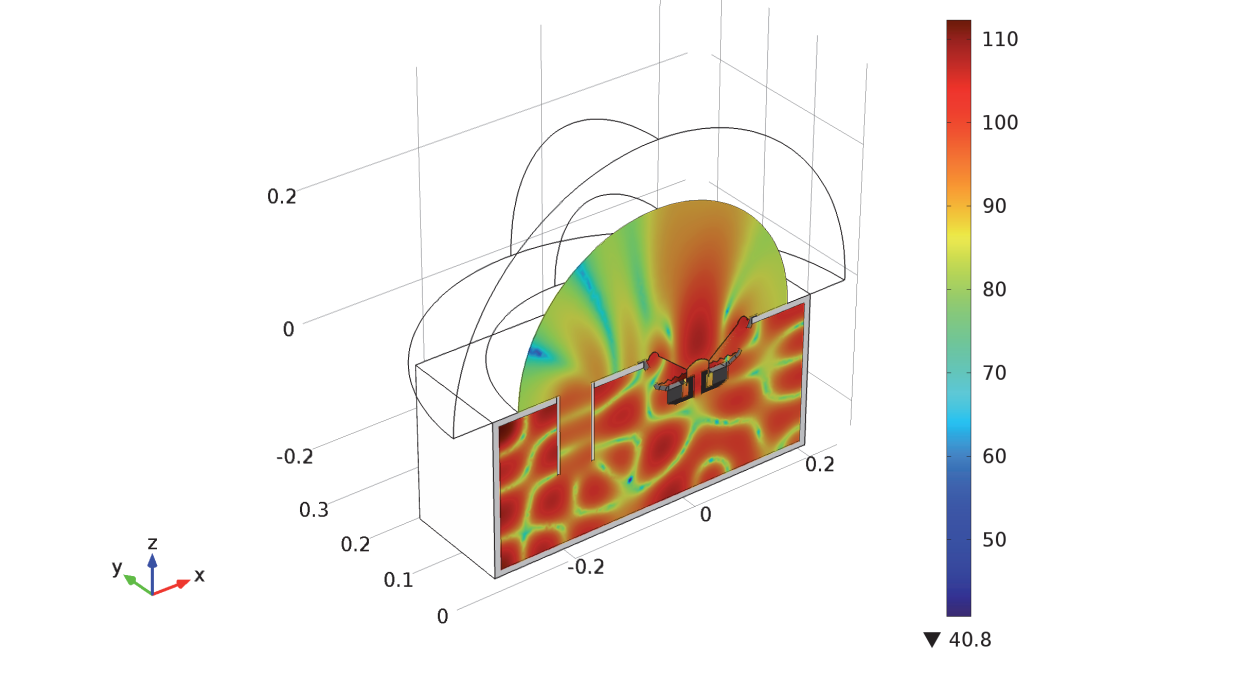
Parlante



Campo electro – magnético del parlante



Vibración mecánica del cono del parlante



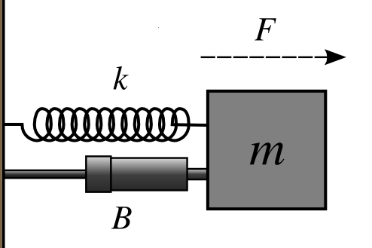
Radiación acústica en la cavidad del parlante

Por partes cada uno de los subgrupos de componentes se puede modelar mediante ecuaciones diferenciales de orden superior, en este caso ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden

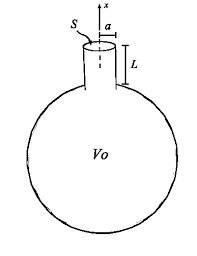
## Circuito eléctrico R L C



La carga eléctrica es *,* mientras que la intensidad de corriente es finalmente es el voltaje de entrada, la señal de audio. La corriente en la bobina genera una fuerza que es proporcional a la corriente , que mueve el cono del parlante. De forma simplificada puede ser caracterizado por su masa, su elasticidad y las pérdidas mecánicas debido al roce



La fuerza es , donde es una constante de proporcionalidad que depende de la bobina y el imán del parlante. El movimiento del parlante genera una presión sonora, dentro de la cavidad la cual se puede, nuevamente describiéndola de forma simplificada como una cavidad, conectada a un tubo y el material absorbente está asociado a pérdidas sonoras



Donde es el desplazamiento volumétrico , donde es el área de la sección transversal del tubo es el desplazamiento de las partículas de aire. Existe acoplamiento entre estas tres ecuaciones.

No es el objetivo en esta parte de la materia describir el modelo de un parlante de forma completa, si no que presentar una motivación de la importancia del estudio de este tipo de ecuaciones.

* 1. MARCO TEÓRICO

Definimos una ecuación diferencial de orden superior, lineal como aquella ecuación cuya incógnita es una función la relación entre las distintas variables es expresada a partir de las derivadas

Sujeta a las siguiente s condiciones iniciales

Aclaración el corresponde a la enésima menos una derivada (no es un elevado a)

Una ecuación es homogénea cuando

Y esta ecuación tiene soluciones dadas por las funciones , , , y esas funciones son linealmente independientes. Es decir, estas funciones cumplen con:

Por lo tanto, la solución complementaria es la combinación lineal de estas soluciones cumple con la ecuación homogénea. Dicha solución es llamada también solución homogénea

Donde las constantes dependen de las condiciones iniciales

Definimos Wronskiano

Si el Wronskiano es distinto de cero, es decir no es nulo las funciones son linealmente independientes

Cuando la ecuación es no homogénea entonces la solución es

Dividimos por

Por otra parte, esta ecuación es válida para valores de tales que , por último, la solución es la solución es formada por la solución complementaria y la solución particular

* 1. ECUACIÓN DIFERENCIAL DE SEGUNDO ORDEN HOMOGÉNEA CON COEFICIENTES CONSTANTES

El motivo de ahondar en este caso es la profunda relación que tienen este tipo de ecuación con fenómenos físicos, especialmente en acústica, sonido, electroacústica, electricidad

Repensemos la ecuación de una forma genérica y homogénea

Supondremos una solución complementaria de la forma

Reemplazamos

Factorizamos

Entonces para que cumpla con la igualdad o bien , la solución trivial o, por otro lado

Esto se conoce como el polinomio característico de la ecuación diferencial, cuyas raíces son ampliamente conocidas

## Primer Caso y

Este caso se denomina Sobre Amortiguado

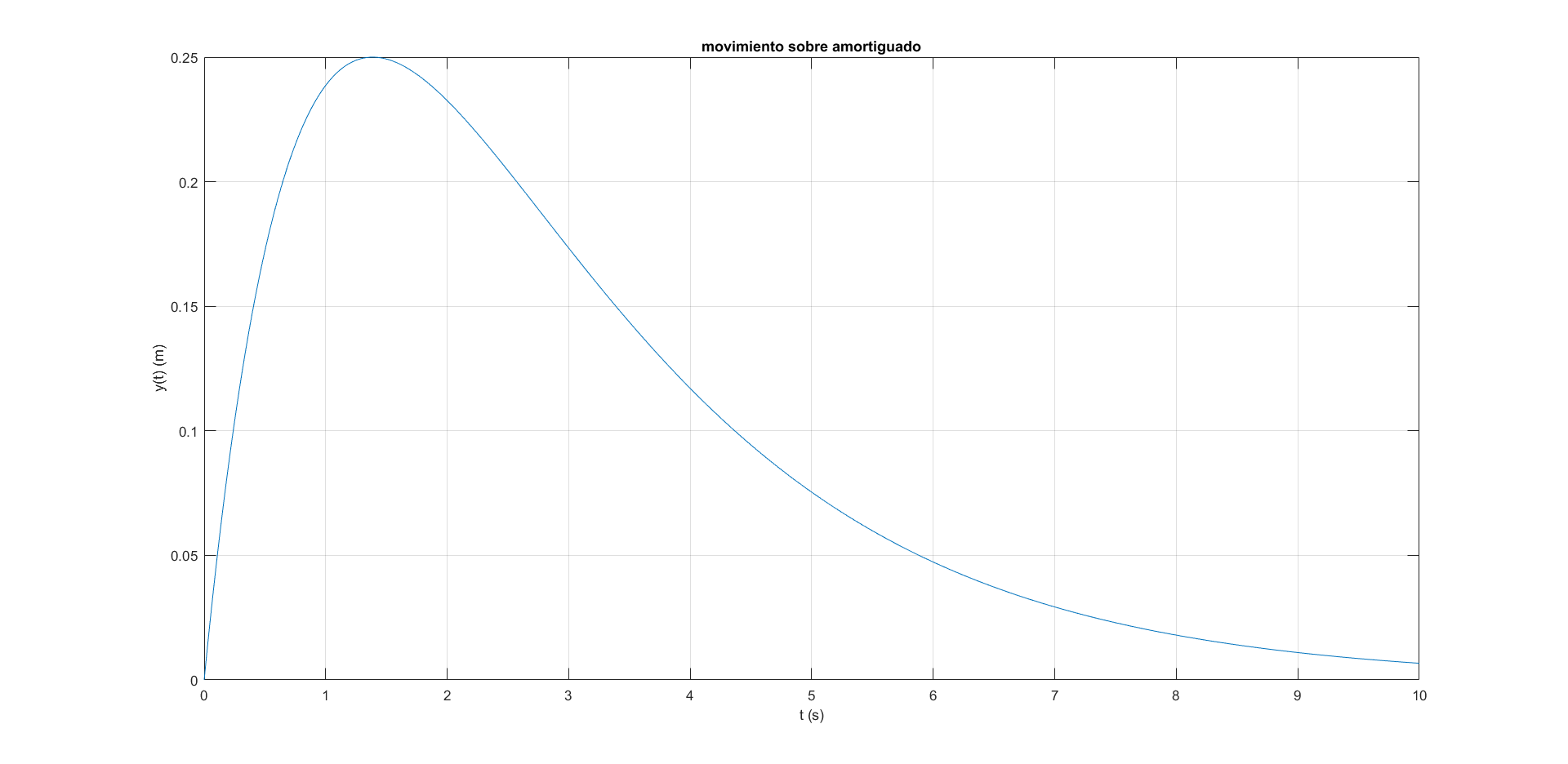
## Segundo Caso y

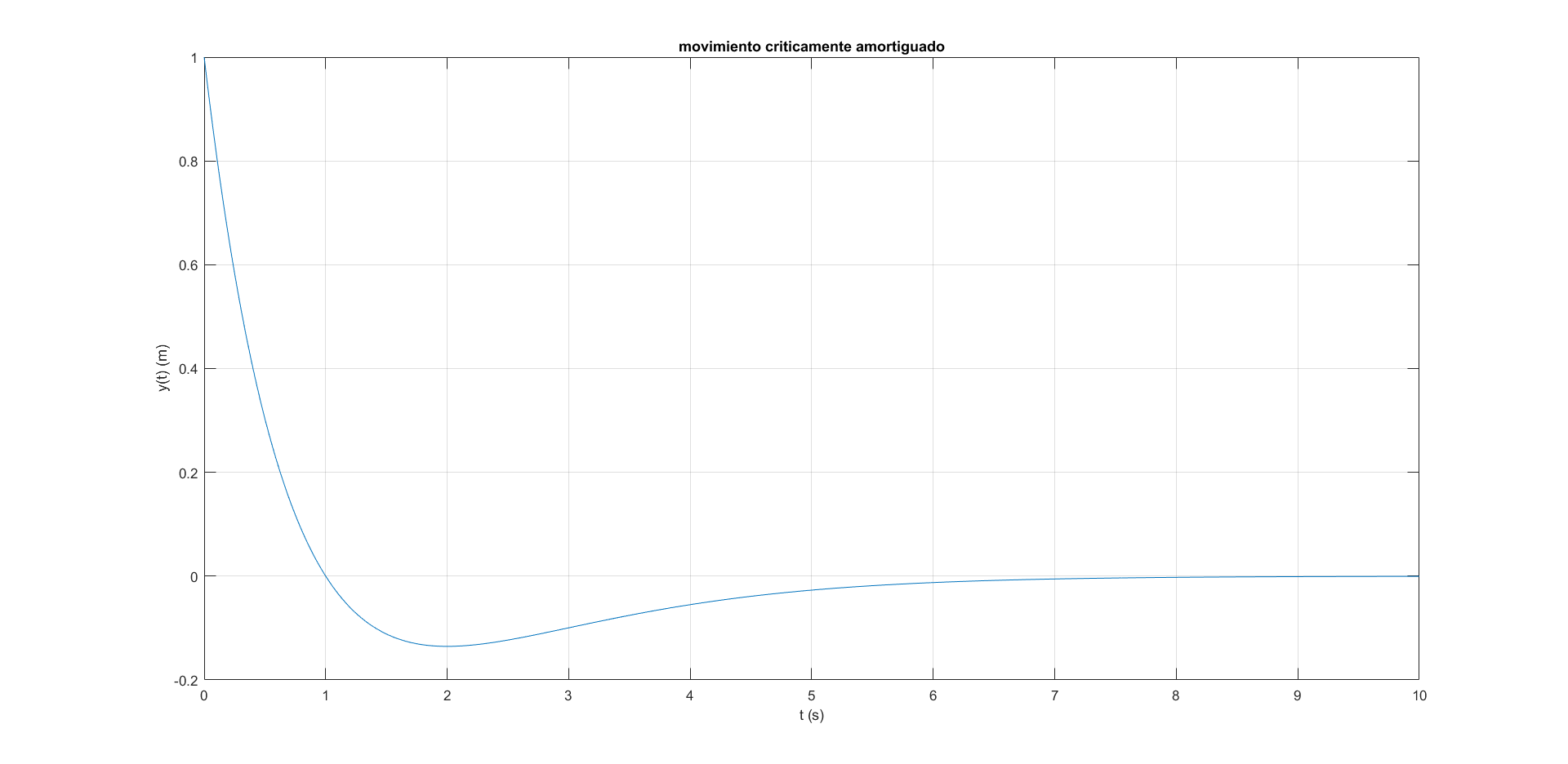
Este caso se denomina Críticamente Amortiguado

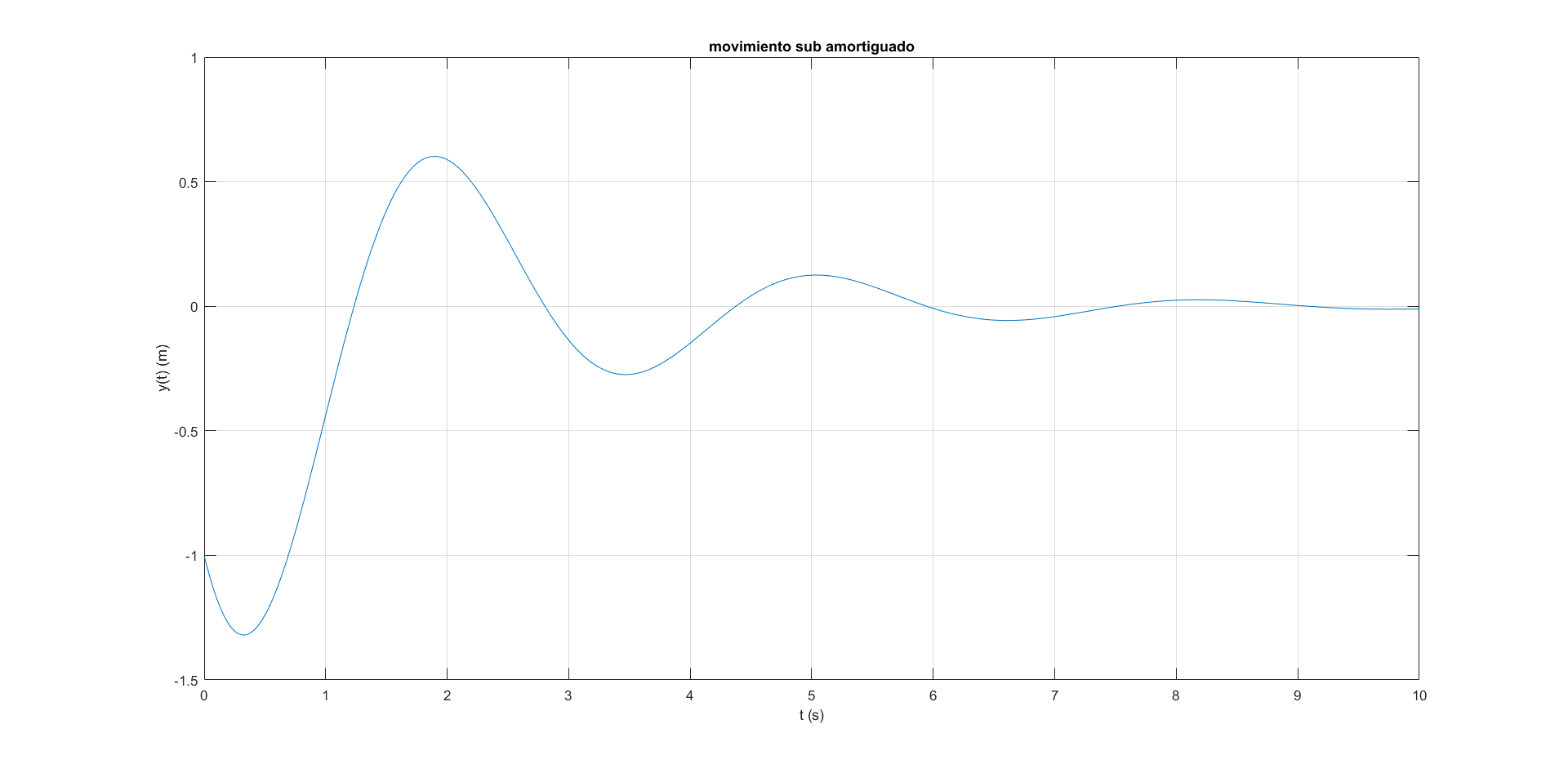
## Tercer Caso y

Al reemplazar y factorizar

Si el término es decir este caso se dice Sub Amortiguado







## Ejemplo

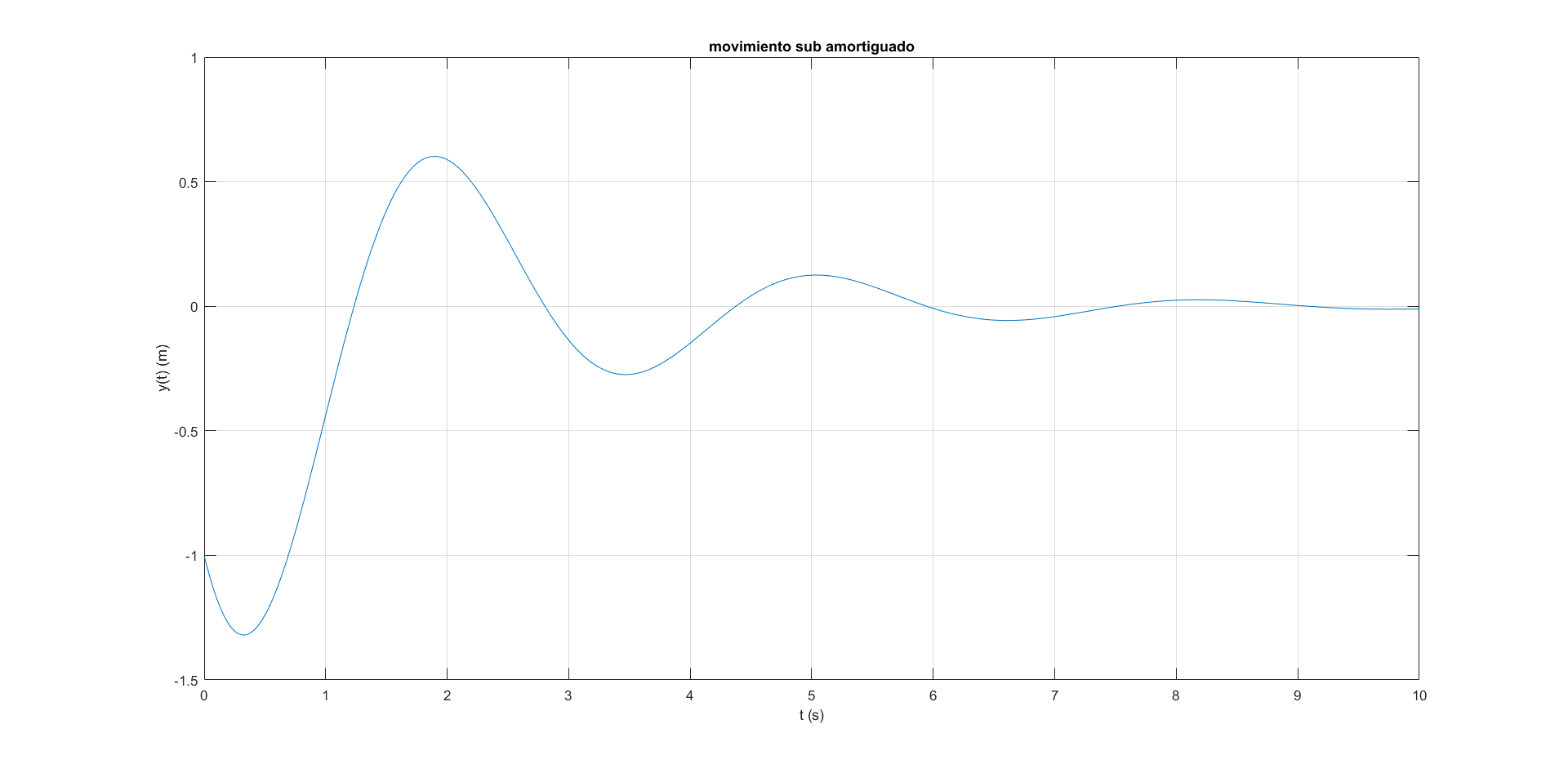
Ecuación diferencial con condiciones iniciales

Polinomio característico

Entonces la función

La primera derivada es

A fin de determinar las constantes usamos las condiciones inciales



* 1. ECUACIÓN DIFERENCIAL DE ORDEN n HOMOGÉNEA CON COEFICIENTES CONSTANTES

Cuando trabajamos ecuaciones de orden superior con coeficientes constantes

Usamos la misma técnica

Y obtenemos el polinomio característico

Entonces la solución general si las raíces del polinomio son reales y distintas

La solución general si las raíces son reales, pero existen raíces repetidas

veces

La solución general si las raíces son complejas conjugadas, pero existen raíces repetidas

veces

* 1. ECUACIÓN DIFERENCIAL DE ORDEN SUPERIOR CON COEFICIENTES CONSTANTES NO HOMOGÉNAS: VARIACIÓN DE PARÁMETROS

Este es un método para determinar la solución particular de una ecuación diferencial de orden superior de coeficientes constantes. Comenzaremos en el caso de una ecuación de orden dos con coeficientes constantes

Lo primero que hay que tener en cuenta es dejar la ecuación de la forma

Si los coeficientes son funciones variables también es posible, bajo ciertas circunstancias resolver esta ecuación

Supondremos que se conocen las soluciones complementarias producto de la ecuación homogénea

Entonces la solución particular propuesta es

Entonces el problema es determinar y . Por simplicidad tendremos

Incorporamos la solución particular a

Factorizamos por y

Como e porque son las soluciones homogéneas, la ecuación se reduce a

Podemos transformar usando las expresiones

Entonces podemos reescribir

Para que podamos obtener resultados se de cumplir simultáneamente

Pero lo que tenemos es un sistema de ecuaciones algebraica con incógnitas y y podemos usar el método del determinante para resolver ecuaciones

Entonces

## Ejemplo

Resolver ecuación homogénea

Ecuación característica es

La solución complementaria es

Calculamos el Wronskiano y los demás términos

Entonces la solución particular es

Por lo tanto

Ordenamos

Condiciones inciales

Entonces y , finalmente

Si la ecuación diferencial ordinaria es con coeficientes constantes de orden no homogénea

Lo primero es dejarla como

Donde

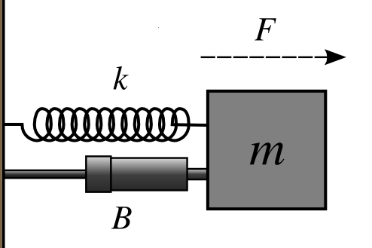
Después determinar las raíces del polinomio característico a fin de resolver la ecuación homogénea y determinar la solución complementaria

Calculamos el Wronskiano

Calculamos

– ésima columna

## Ejemplo



La ecuación homogénea

Calculamos el Wronskiano y los demás términos

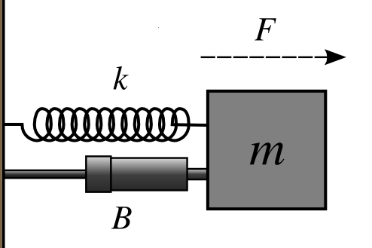
La solución particular es

Toda la solución es

Usamos las condiciones de contorno

Por lo tanto y la solución es

Esta ecuación importa por su significado físico. En este caso tenemos el fenómeno de resonancia cuando la fuerza impulsora posee la misma frecuencia natural que las raíces del polinomio característico



En este sistema no hay amortiguamiento y la solución se incrementa hasta el infinito, lo cual es el caso más simple de un fenómeno llamado resonancia, en este caso la frecuencia natural

Es igual

