



Guía ayudantía N°10

Progresiones

Profesor: Eliecer Rodriguez Lobaton
Ayudante: Catalina Santana Peredo

1. Progresiones

Una progresión o sucesión es de la forma $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ donde a_n es el término general y donde los términos de la sucesión se relacionan de alguna manera entre sí.

Se puede decir también que una sucesión o progresión es una función f cuyo dominio es el conjunto \mathbb{N} de los enteros positivos y cumple que los términos se relacionan entre sí de alguna manera.

1.1. Progresión Aritmética

Una progresión se dice aritmética cuando la relación entre los términos de la sucesión es una diferencia fija entre ellos.

1.1.1. Fórmulas

- Diferencia

$$d = a_{i+1} - a_i \quad (1.1)$$

- Término General

$$a_n = a_1 + d(n - 1) \quad (1.2)$$

- Suma de los n primeros términos

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + d(n - 1)) \quad (1.3)$$

1.1.2. Ejercicios

1. En una progresión aritmética sabemos que $a_2 = 1$ y $a_5 = 7$. Halla el término general y calcula la suma de los 15 primeros términos.
2. En una progresión aritmética, el sexto término vale 10,5; y la diferencia es 1,5. Calcula el primer término y la suma de los 9 primeros términos.
3. El quinto término de una progresión aritmética vale -7, y la diferencia es -3. Calcula el primer término y la suma de los 12 primeros términos.
4. Calcula la suma de los 15 primeros términos de una progresión aritmética en la que $a_3 = 1$ y $a_7 = -7$.
5. Halla la suma de los 16 primeros términos de una progresión aritmética en la que $a_4 = 7$ y $a_7 = 16$.
6. Un estudiante de 3º medio se propone el día 1 de septiembre repasar matemáticas durante una quincena, haciendo cada día 2 ejercicios más que el día anterior. Si el primer día empezó haciendo un ejercicio:
 - a) ¿Cuántos ejercicios le tocará hacer el día 15 de septiembre?
 - b) ¿Cuántos ejercicios hará en total?

7. En un edificio, el primer piso se encuentra a 7,40 metros de altura, y la distancia entre dos pisos consecutivos, es de 3,80 metros.
- a) ¿A qué altura está el 9° piso?
 - b) Obtén una fórmula que indique la altura a la que se encuentra el piso n .
8. En una urbanización realizaron la instalación del gas natural en el año 1999. Consideramos que en ese momento se hizo la primera revisión. Sabiendo que las revisiones sucesivas se realizan cada 3 años, responde:
- a) ¿En qué año se realizará la décima revisión?
 - b) ¿Cuál es el número de revisión que se realizará en el año 2035?
9. El alquiler de una bicicleta cuesta 5 USD la primera hora y 2 USD más cada nueva hora.
- a) ¿Cuál es el precio total de alquiler de 7 horas?
 - b) Halla una fórmula que nos dé el precio total de alquiler de n horas.

1.2. Progresión Geométrica

Una progresión se dice geométrica cuando la relación entre los términos de la sucesión es una razón fija entre ellos.

1.2.1. Fórmulas

- Razón

$$r = \frac{a_{i+1}}{a_i} \quad (1.4)$$

- Término General

$$a_n = a_1 * r^{n-1} \quad (1.5)$$

- Suma de los n primeros términos

$$S_n = a_1 * \frac{1 - r^n}{1 - r} \quad (1.6)$$

1.2.2. Ejercicios

1. En una progresión geométrica, $a_1 = 3$ y $a_4 = 24$. Calcula la razón y la suma de los ocho primeros términos.
2. Halla la suma de los seis primeros términos de una progresión geométrica de razón positiva en la que $a_2 = 10$ y $a_4 = 250$.
3. El tercer término de una progresión geométrica vale 80, y la razón es 4. Calcula la suma de los cinco primeros términos.
4. En una progresión geométrica sabemos que $a_1 = 2$ y $a_4 = 54$. Halla la razón y la suma de los seis primeros términos.

-
5. La razón de una progresión geométrica es 3, y el tercer término vale 45. Halla la suma de los ocho primeros términos.
 6. La población de un cierto país aumenta por término medio un 1 % anual. Sabiendo que en la actualidad tiene 3 millones de habitantes:
 - a) ¿Cuántos tendrá dentro de 10 años?
 - b) ¿Y dentro de 20 años?
 7. Una máquina costó inicialmente 10 480 USD. Al cabo de unos años se vendió a la mitad de su precio. Pasados unos años, volvió a venderse por la mitad, y así sucesivamente.
 - a) ¿Cuánto le costó la máquina al quinto propietario?
 - b) Si el total de propietarios ha sido 7, ¿cuál es la suma total pagada por esa máquina?
 8. La maquinaria de una fábrica pierde cada año el 20 % de su valor. En el momento de su compra valía 40.000 USD.
 - a) ¿Cuánto valía un año después de comprarla? ¿Y dos años después?
 - b) ¿En cuánto se valorará 10 años después de haberla adquirido?