Nicolás Ignacio Martínez Rebolledo, Bioquímica
Facultad de Ciencias Químicas y Farmacéuticas
Tutoría TIP "Cálculo Diferencial e Integral"

Máximos y mínimos

$$g(x) = x + 2sen(x)$$

1. Primera derivada

$$g'(x) = 1 + 2cos(x)$$

2. Igualar a 0

$$g'(x) = 0$$

$$1 + 2\cos(x) = 0$$

$$2\cos(x) = -1$$

$$\cos(x) = -\frac{1}{2}$$

$$x_1 = \frac{2\pi}{3} = 120°$$

3. Evaluar

	$\infty \leftarrow$	$\frac{2\pi}{3}$	$\rightarrow \infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
Monotonía	Creciente	- (Máximo)	Decreciente

Concavidad y puntos de inflexión

$$y = x^4 + 4x^3$$

1. Primera derivada

$$y' = 4x^3 - 4 \cdot 3x^2$$

2. Segunda derivación

$$y'' = 12x^2 - 24x$$

3. Igualar a 0

$$12x^2 - 24x = 0$$

$$x(12x - 24) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 2$$

4. Evaluando

	$\infty \leftarrow$	0		2	$\rightarrow \infty$
$f''(x)$	$+$	0	-	0	$+$
Monotonía	∩	$\mathrm{P.I}$	∪	$\mathrm{P.I}$	∩

Ejercicio 1

$$f(x) = x^{\frac{2}{3}}(6-x)^{\frac{1}{3}}$$

1.

$$f'(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}-1}(6-x)^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{2}{3}}\frac{1}{3}(6-x)^{\frac{1}{3}-1} \cdot -1$$

$$f'(x) = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}(6-x)^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}(6-x)^{-\frac{2}{3}}$$

2.

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}(6-x)^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}(6-x)^{-\frac{2}{3}} = 0$$

$$x = 4$$

3.

	$\infty \leftarrow$	4	$\rightarrow \infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
Monotonía	Creciente	- (Máximo)	Decreciente

Si $f'(x) = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}(6-x)^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}(6-x)^{-\frac{2}{3}}$

③ $f''(x) = a - b$

entonces

$$a = -\frac{2}{9}x^{-\frac{4}{3}}(6-x)^{\frac{1}{3}} + \frac{2}{9}x^{-\frac{1}{3}}\cdot(6-x)^{-\frac{2}{3}}\cdot -1$$

$$b = \frac{2}{9}x^{-\frac{1}{3}}(6-x)^{-\frac{2}{3}} - \frac{2}{9}x^{\frac{2}{3}}(6-x)^{-\frac{5}{3}}\cdot -1$$

se puede dejar acá

$$f''(x) = -\frac{2}{9}\left[x^{-\frac{4}{3}}(6-x)^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}}(6-x)^{-\frac{2}{3}}\right] - \frac{2}{9}\left[x^{-\frac{1}{3}}(6-x)^{-\frac{2}{3}} + x^{\frac{2}{3}}(6-x)^{-\frac{5}{3}}\right]$$

$$= -\frac{2}{9}\left[x^{-\frac{4}{3}}(6-x)^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}}(6-x)^{-\frac{2}{3}} + x^{-\frac{1}{3}}(6-x)^{-\frac{2}{3}} + x^{\frac{2}{3}}(6-x)^{-\frac{5}{3}}\right]$$

$$f''(x) = -\frac{2}{9}\left[\frac{(6-x)^{\frac{1}{3}}}{x^{4/3}} + \frac{2}{x^{1/3}(6-x)^{2/3}} + \frac{x^{2/3}}{(6-x)^{5/3}}\right]$$

más reducido

$$f''(x) = 0 \longrightarrow 0 = -\frac{2}{9}\left[\overset{\text{choriz o}}{\cdots}\right]$$

$\boxed{x = \text{NO existe ! D:}}$

entonces analizamos con los cortes del eje x y x=4

	$-\infty$	0		4		6	$+\infty$
$f''(x)$ monotonía	x	x	$-$ ∩	$-$ ∩	$-$ ∩	x	x

④ entonces:

$$f(x) = x^{\frac{2}{3}}(6-x)^{\frac{1}{3}}$$

evaluamos $\longrightarrow$ $f(4) = 4^{\frac{2}{3}}(6-4)^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{2}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{3}} = 3.17$

$f(x) = 0 \longrightarrow 0 = x^{\frac{2}{3}}(6-x)^{\frac{1}{3}}$

intercepto con eje x

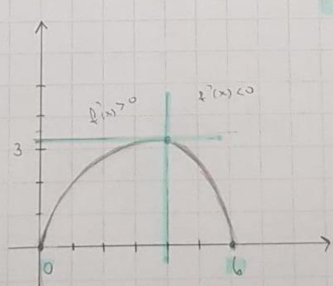
$x = 0$

$(6-x)^{1/3} = 0$

$6 - x = 0$

$6 = x$

gráfica:



x sólo cóncava hacia arriba

Nicolás Ignacio Martínez Rebolledo, Bioquímica
Facultad de Ciencias Químicas y Farmacéuticas
Tutoría TIP "Cálculo Diferencial e Integral"

Ejercicio 2

$$g(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} = \frac{\ln(x)}{x^{1/2}} = \ln(x) \cdot x^{-1/2}$$

① $$g'(x) = \frac{1}{x} \cdot x^{-1/2} + \ln(x) \cdot -\frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{x^{3/2}} - \frac{\ln(x)}{2x^{3/2}} = \frac{2-\ln(x)}{2x^{3/2}} \,// = \frac{1}{2}(2-\ln(x))(x^{-3/2})$$

$$g'(x) = 0 \longrightarrow \boxed{0 = \frac{2-\ln(x)}{2x^{3/2}}}$$

$$2 - \ln(x) = 0$$
$$2 = \ln(x) \quad /e$$
$$x = e^2 \,//$$
$$x \approx 7.4$$

	$-\infty$	e^2	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	−
monotonía	c	máx	d

c = creciente d = decreciente

② $$g''(x) = \frac{1}{2}\left[(-x^{-1})(x^{-3/2}) + (2-\ln(x)) \cdot -\frac{3}{2} \cdot x^{-5/3}\right] = \frac{1}{2}\left[-x^{-\frac{5}{3}} - 3x^{-\frac{5}{3}} + \frac{3}{2}x^{-\frac{5}{3}}\ln(x)\right]$$

$$= \frac{x^{-\frac{5}{3}}}{2}\left[-1 - 3 + \frac{3}{2}\ln(x)\right] = \frac{x^{-\frac{5}{3}}}{2}\left[-4 + \frac{3}{2}\ln(x)\right] = \frac{-2}{x^{5/3}} + \frac{3\ln(x)}{4x^{5/4}}$$

$$= \frac{3\ln(x) - 8}{4x^{5/4}} \,//$$

	$-\infty$	$e^{8/3}$	$+\infty$
$g''(x)$	−	0	+
monotonía	↓	Pto inflexión	↑

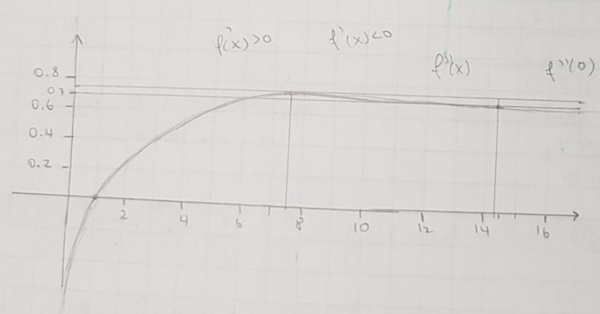
$$g''(x) = 0 \longrightarrow \boxed{0 = \frac{3\ln(x) - 8}{4x^{5/4}}}$$

$$0 = 3\ln(x) - 8$$
$$8/3 = \ln(x) \longrightarrow x = e^{8/3}$$
$$x \approx 14.4$$

③ $$g(x) = 0 \longrightarrow \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} = 0$$
$$\ln(x) = 0 \quad /e$$
$$x = e^0$$
$$x = 1$$

$g(e^2) = 0.74$

$g(e^{8/3}) = 0.70$



Nicolás Ignacio Martínez Rebolledo, Bioquímica
Facultad de Ciencias Químicas y Farmacéuticas
Tutoría TIP "Cálculo Diferencial e Integral"

Ejercicio 3

$$f(x) = \frac{x}{x^2+4} = x(x^2+4)^{-1}$$

① $$f'(x) = 1(x^2+4)^{-1} + x \cdot -1(x^2+4)^{-2} \cdot 2x = (x^2+4)^{-1} - 2x^2(x^2+4)^{-2} = \frac{x^2+4-2x^2}{(x^2+4)^2}$$

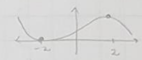
$$f'(x) = 0 \longrightarrow 0 = \frac{4-x^2}{(x^2+4)^2}$$

$$0 = 4 - x^2$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \sqrt{4} \rightarrow \boxed{x = 2},\ \boxed{x = -2}$$

	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
monotonía		$\searrow$	mín	$\nearrow$	máx	$\searrow$	



② $$f'' = -2x(x^2+4)^{-2} + (4-x^2) \cdot -2(x^2+4)^{-3} 2x = -2x(x^2+4)^{-2} - 4x(4-x^2)(x^2+4)^{-3}$$

$$= \frac{-2x(x^2+4) - 4x(4-x^2)}{(x^2+4)^3} = \frac{-2x^3 - 8x - 16x + 4x^3}{(x^2+4)^3} = \frac{2x^3 - 24x}{(x^2+4)^3} = \frac{2x(x^2-12)}{(x^2+4)^3} \ //$$

$$f''(x) = 0 \longrightarrow 0 = \frac{2x(x^2-12)}{(x^2+4)^3}$$

$$0 = 2x(x^2-12)$$

$$\boxed{x = 0}$$

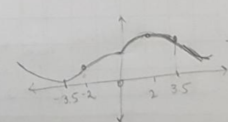
$$0 = x^2 - 12$$

$$x^2 = 12$$

$$x = 2\sqrt{3} \qquad x = -2\sqrt{3}$$

$$\boxed{x = -3.5} \qquad \boxed{x = 3.5}$$

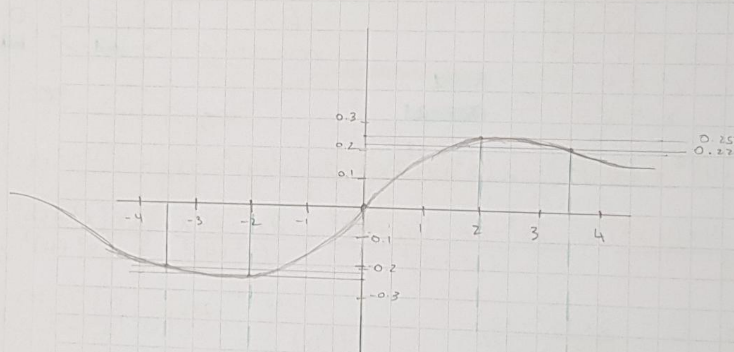
	$-\infty$		$-2\sqrt{3}$		0		$2\sqrt{3}$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
monotonía		$\cap$	$\cdot$	$\cup$	$\cdot$	$\cap$	$\cdot$	$\cup$	



$$f(x) = \frac{x}{x^2+4} \longrightarrow \frac{x}{x^2+4} = 0$$

$$\boxed{x = 0}$$

$$\begin{cases} f(-3.5) = -0.22 \\ f(-2) = -0.25 \\ f(0) = 0 \\ f(2) = 0.25 \\ f(3.5) = 0.22 \end{cases}$$



$f'(x)<0$ mín $f'(x)>0$ máx $f'(x)<0$

$f''(x)<0$ $f''(x)>0$ $f''(x)<0$ $f''(x)>0$

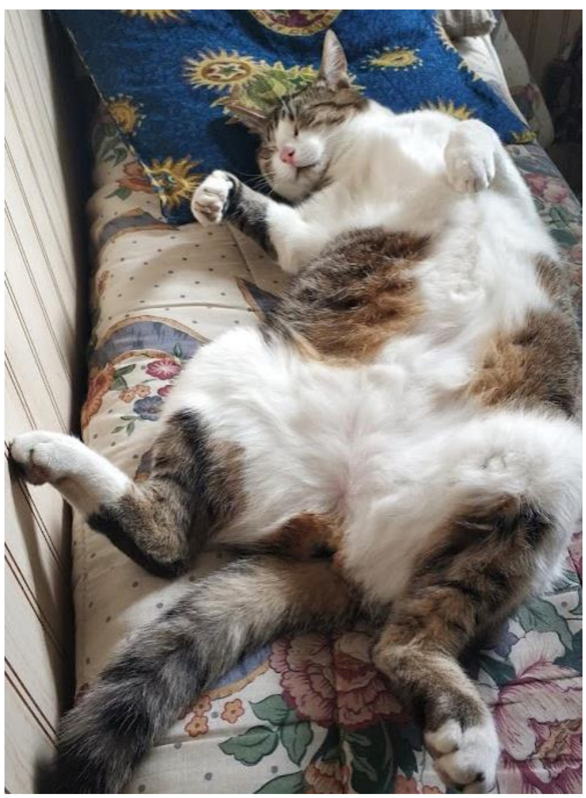
Tarea

Para modelar la concentración promedio de alcohol en sangre (BAC) de un grupo de ocho sujetos masculinos después del consumo rápido de $15\mathrm{mL}$ de etanol (correspondiente a una bebida alcohólica), donde t se mide en minutos después del consumo y $C(t)$ se mide en $\mathrm{mg/mL}$

Si el modelo está dado por la expresión

$$C(t) = 0.225 \cdot t \cdot e^{-0.0467t}$$

Encuentre el valor máximo de BAC durante la primera hora



La Emma les envía mucho ánimo, que tengan una linda semana 🧡