

Determinar antiderivada

$$\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx$$

- Binomio

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$\int \left(x + 2 + \frac{1}{x} \right) dx$$

$$= \int x dx \int 2 dx \int \frac{1}{x} dx$$

$$= \int x dx \ 2 \int dx \int \frac{1}{x} dx$$

- Ver tabla de integración inmediata

$$= \frac{x}{2} + 2x + \ln|x| + C$$

Método de integración por partes (vaca)

$$\int x^3 \cdot \cos(x) \cdot dx$$

- ILATE (Inversas, logarítmicas, algebraicas, trigonométricas, exponenciales)

$$u = x^3$$

$$dv = \cos(x) dx$$

$$du = 3x^2 dx$$

$$v = \text{sen}(x)$$

$$\begin{aligned}\int u dv &= uv - \int v du \\ &= x^3 \text{sen}(x) - \int \text{sen}(x) 3x^2 dx \\ &= x^3 \text{sen}(x) - 3 \int \text{sen}(x) x^2 dx\end{aligned}$$

- Seguimos teniendo una integración por partes de una algebraica con una trigonométrica, se aplica nuevamente ILATE y la vaca

$$u = x^2$$

$$dv = \text{sen}(x) dx$$

$$du = 2x dx$$

$$v = -\cos(x)$$

$$= x^3 \operatorname{sen}(x) - 3 \int \operatorname{sen}(x) x^2 dx$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$= x^3 \operatorname{sen}(x) - 3 \left(-x^2 \cos(x) - \int -\cos(x) 2x dx \right)$$

$$= x^3 \operatorname{sen}(x) + 3x^2 \cos(x) - 6 \int x \cos(x) dx$$

- Seguimos teniendo una integración, nuevamente usamos ILATE y la Vaca

$$u = x$$

$$dv = \cos(x) dx$$

$$du = dx$$

$$v = \operatorname{sen}(x)$$

$$= x^3 \operatorname{sen}(x) + 3x^2 \cos(x) - 6 \int x \cos(x) dx$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$= x^3 \operatorname{sen}(x) + 3x^2 \cos(x) - 6 \left(x \operatorname{sen}(x) - \int \operatorname{sen}(x) dx \right)$$

$$= x^3 \operatorname{sen}(x) + 3x^2 \cos(x) - 6x \operatorname{sen}(x) - 6 \cos(x) + C$$

$$= \operatorname{sen}x(x^3 - 6x) + \cos x(3x^2 - 2) + C$$

$$= \operatorname{sen}x(x^3 - 6x) + 3\cos x(x^2 - 2) + C$$

Búsqueda de la primitiva (Teoría fundamental del cálculo)

$$F'(x) = \frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x)$$

Encontrar la función f que satisface la siguiente ecuación

$$2 + f \int_a^x \frac{f(t)}{t^7} dt = 4x^{-3}$$

- Pista: derivar a ambos lados de la ecuación

$$\frac{d}{dx}(2) + \frac{d}{dx} \int_a^x \frac{f(t)}{t^7} dt = \frac{d}{dx} 4x^{-3}$$

$$0 + \frac{f(x)}{x^7} = -12x^{-4}, x \neq 0$$

$$f(x) = -12x^{-4} \cdot x^7$$

$$f(x) = -12x^3$$

Integral definida

Si $G(x) = \int_1^{x^3} t \cdot e^t \cdot dt$ entonces encuentre $G'(2)$

$$G'(x) = \frac{d}{dx} \left(\int_1^{x^3} t \cdot e^t \cdot dt \right)$$

Aplicación de la integral definida

La concentración promedio de aspirina, en dosis baja, en el torrente sanguíneo de 10 voluntarios está dada por la función

$$C(t) = 32 \cdot t^2 \cdot e^{-4.2t}$$

Donde t se mide en [horas] y C se mide en [mg/mL]. En función de lo anterior, calcule

$$\int_0^2 C(t) dt$$

Lo cual representa la biodisponibilidad de la droga

$$\int_0^2 C(t) dt = 32 \int_0^2 t^2 \cdot e^{-4.2t} dt$$

$$u = t^2$$

$$dv = e^{-4.2t} dt$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a} + C$$

$$du = 2tdt$$

$$v = \frac{e^{-4.2t}}{-4.2}$$

$$\begin{aligned}\int u dv &= uv - \int v du \\ &= 32 \left(t^2 \frac{e^{-4.2t}}{-4.2} - \int \frac{e^{-4.2t}}{-4.2} 2t dt \right) \\ &= -\frac{32}{4.2} e^{-4.2t} t^2 + \frac{32 \cdot 2}{4.2} \int e^{-4.2t} \cdot t dt\end{aligned}$$

$$u = t$$

$$dv = e^{-4.2t} dt$$

$$du = dt$$

$$v = \frac{e^{-4.2t}}{-4.2}$$

$$\begin{aligned}\int u dv &= uv - \int v du \\ &= -\frac{32}{4.2} e^{-4.2t} t^2 + \frac{64}{4.2} \left(t \cdot \frac{e^{-4.2t}}{-4.2} - \int \frac{e^{-4.2t}}{-4.2} dt \right) \\ &= -\frac{32}{4.2} e^{-4.2t} t^2 + \frac{64}{4.2} \left(t \cdot \frac{e^{-4.2t}}{-4.2} - \frac{1}{4.2} \int e^{-4.2t} dt \right) \\ &= -\frac{32}{4.2} e^{-4.2t} t^2 + \frac{64}{4.2} \left(t \cdot \frac{e^{-4.2t}}{-4.2} - \frac{1}{4.2} \cdot \frac{e^{-4.2t}}{-4.2} dt \right) \\ &= -\frac{32}{4.2} e^{-4.2t} t^2 + \frac{64}{4.2} \left(t \cdot \frac{e^{-4.2t}}{-4.2} - \frac{e^{-4.2t}}{-4.2^2} \right) \\ \int c(t) dt &= -\frac{32}{4.2} e^{-4.2t} t^2 - \frac{64}{-4.2^2} t e^{-4.2t} - \frac{64}{4.2^3} e^{-4.2t} + C\end{aligned}$$

$$\int_0^2 c(t) dt = \left(-\frac{32}{4.2} e^{-4.2t} t^2 - \frac{64}{-4.2^2} t e^{-4.2t} - \frac{64}{4.2^3} e^{-4.2t} \right)_0^2$$

$$\int_0^2 c(t) dt \approx 0.8552 \left(\frac{mg}{mL} \right) \cdot h$$

Problema 2

El estudio del área farmacéutica señala que la concentración de un medicamento inyectado al torrente sanguíneo, a las t horas se modela mediante la función

$$c(t) = -10(e^{-0.3t} - e^{-0.05t})$$

Calculas el área bajo la curva en el intervalo $[0,8]$

$$\int_0^8 -10(e^{-0.3t} - e^{-0.05t}) dt$$

$$-10 \left[\int e^{-0.3t} dt - \int e^{-0.05t} dt \right]$$

$$-10 \left[\int \frac{10}{e^{0.3t}} dt - \int \frac{1}{e^{0.05t}} dt \right]$$

$$-10 \left(-\frac{10}{3e^{0.3t}} + \frac{20}{e^{0.05t}} \right)_0^8$$

$$\frac{100}{3e^{0.3 \cdot 8}} - \frac{200}{e^{0.05 \cdot 8}} - \left(\frac{100}{3e^{0.3 \cdot 0}} - \frac{200}{e^{0.05 \cdot 0}} \right)$$

$$\approx 35.63 \text{ unidades}^2$$