FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Supuestos del Análisis de Varianza

Erika Kania Kuhl
Ing. Agrónomo Dr.

1

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Fisher propuso en la década de los 20 (1920-1930) los clásicos Modelos de Análisis de Varianza (Modelos de clasificación), Modelos de Regresión y Análisis de Covarianza.

Estos métodos fueron desarrollados para variables continuas

Supuestos de estos métodos (Métodos simplistas):

- Datos independientes (no correlacionados).
- Varianzas homogéneas.
- Distribución normal de los errores

Los supuestos son necesarios para la inferencia

(Valor P del ANDEVA no es válido en caso de incumplimiento)

2

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Hoy en día existen técnicas que permiten modelar datos en los cuales las observaciones no son independientes y/o con varianzas heterogéneas y/o que no presentan distribución normal

3

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

El modelo lineal del ANAVA plantea supuestos que deben cumplirse para que el estadístico F tenga valores p reportados que sean válidos

Y_{ij} es la j-ésima observación del i-ésimo tratamiento
μ es la media general común a todos los tratamientos
τ_i es el efecto fijo del tratamiento i
ε_{ij} es una variable aleatoria normal (error), independientemente distribuida con esperanza 0 y varianza σ^2 , que representa la variabilidad

4

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Estos supuestos plantean exigencias acerca de los términos de error

$$\varepsilon_{ij}$$

Se pueden establecer como:

- Independencia entre los errores
- Homogeneidad de varianzas
- Distribución normal de los errores

5

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

En caso que alguno de estos supuestos no se cumplan:

Impactarán directamente sobre los **valores** p reporteados, y por lo tanto sobre la calidad de las conclusiones que finalmente buscamos obtener.

La verificación de los supuestos se realiza en la práctica a través de los predictores de los términos de error aleatorio que son los residuos aleatorios asociados a cada observación

6

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

e_{ij} = **VALOR OBSERVADO – VALOR ESTIMADO**

(eij = residuo asociado a una unidad experimental)

Se calcula como la diferencia entre el
valor observado de la variable respuesta y el valor esperado estimado (predicho) bajo el modelo lineal especificado.

7

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Supuesto Independencia de los errores

Debe existir independencia entre los errores de las unidades experimentales

Evitar la presencia de datos correlacionados experimentalmente

Hay tres casos en los que podemos tener problemas con este supuesto:

1) Tener más de un dato por UE (Submuestreo dentro de la UE)
2) Falta de aleatorización de los tratamientos a las UE
3) Temporal. Cuando a una misma UE se le mide el largo de brote en 5 oportunidades

8

Archivo Duraznero

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

En un huerto de duraznero se condujo un ensayo bajo un Diseño Completamente aleatorizado con cuatro tratamientos (hormonas A, B, C y D) y 5 repeticiones por tratamiento, siendo la unidad experimental una planta. En cada planta se seleccionaron al azar 5 frutos en los cuales se evaluó el diámetro del fruto

9

Archivo Duraznero

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Submuestreo de frutos dentro de un árbol (UE): esos frutos carecen de independencia, no son independientes entre si, por lo tanto hay una estructura de correlación dentro del árbol.

¿Cómo solucionamos este problema?

Sacando el promedio de los frutos por Unidad Experimental

Debe existir un solo dato por Unidad experimental para proceder con el análisis.

10

Archivo Híbridos

Para comparar 4 variedades de maíz (1, 2, 3 y 4), plantados en el sector de Melipilla en un suelo franco-arcilloso homogéneo y con riego tradicional mediante surcos, se realizó un ensayo con 10 repeticiones por tratamiento. Las variedades fueron sembradas en el mes de noviembre a una densidad de plantación de 90.000 plantas por ha. Los tratamientos se establecieron en parcelas de 3,2 x 7 m (22,4 m^2), con hileras separadas a una distancia de 0,8 m. La variable respuesta medida fue el rendimiento (toneladas · ha-1).

11

Supuesto Independencia de los errores

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

El cumplimiento de este supuesto queda garantizado, pero no asegurado, mediante el procedimiento de **ALEATORIZACIÓN** de los tratamientos a las unidades experimentales, razón por la cual este procedimiento no debe obviarse.

12

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Supuesto Homogeneidad de varianzas

Homocedasticidad = Homogeneidad

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = ... = \sigma_t^2$$

$$H_A : \text{no todas las } \sigma_i^2 \text{ iguales.}$$

(al menos dos varianzas distintas)

13

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Supuesto Homogeneidad de varianzas

PRUEBA GRÁFICA

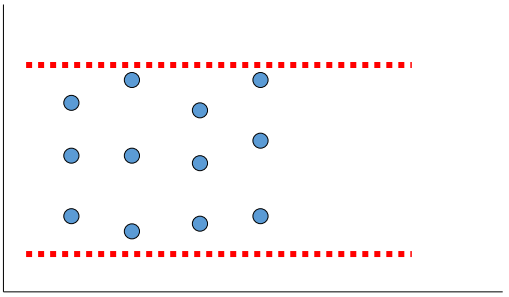
- Gráfico de dispersión de **residuos** vs **predichos**

PRUEBA ESTADÍSTICA

- Test de Levene

14

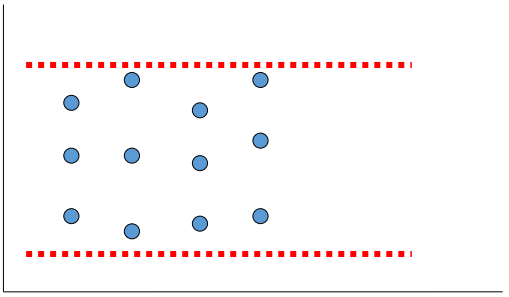
Supuesto Homogeneidad de varianzas



Realizando un gráfico de dispersión de los **RESIDUOS v/s los valores PREDICHOS** por el modelo, se puede observar si existe alguna tendencias sospechosa que sugiera que existe heterogeneidad de varianzas.

15

Supuesto Homogeneidad de varianzas

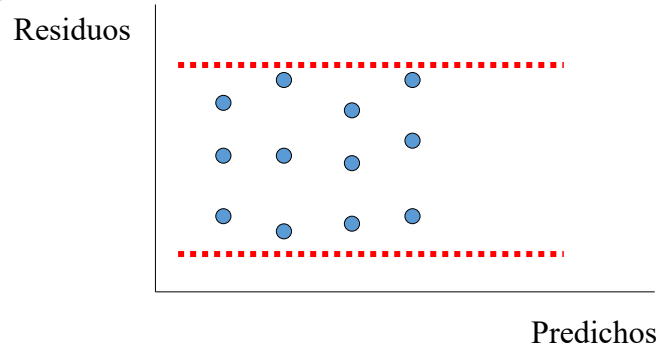


Cuando existe **homogeneidad de varianzas**, se debe observar una nube de puntos sin patrón alguno (patrón aleatorio).

A medida que aumenta lo predicho por el modelo no existe un aumento de la dispersión de los residuos.

16

Supuesto Homogeneidad de varianzas

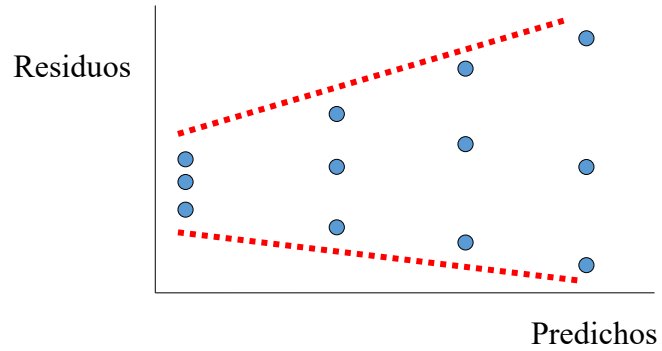


La variación de los residuos debe ser uniforme en todo el rango de los valores pronosticados.

A medida que **aumenta lo predicho** por el modelo **no existe un aumento de la dispersión** de los residuos (Varianzas cambiantes).

17

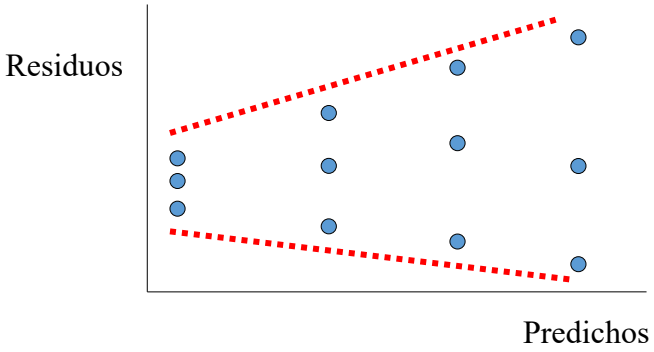
Supuesto Homogeneidad de varianzas



Cuando existe **heterogeneidad de varianzas**, se observa una estructura como este patrón típico que indica falta de homogeneidad de varianzas

18

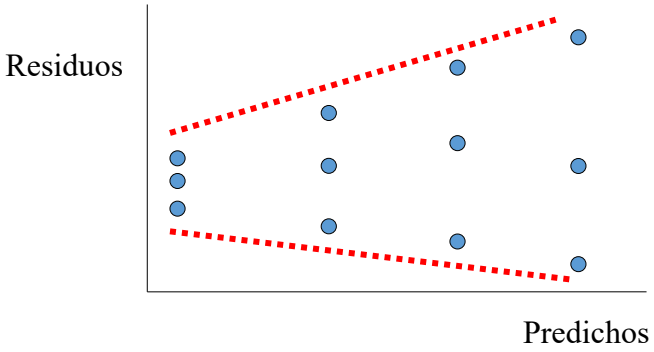
Supuesto Homogeneidad de varianzas



En este caso a medida que aumenta lo predicho por el modelo existe un aumento de la dispersión de los residuos (Varianzas cambiantes).

19

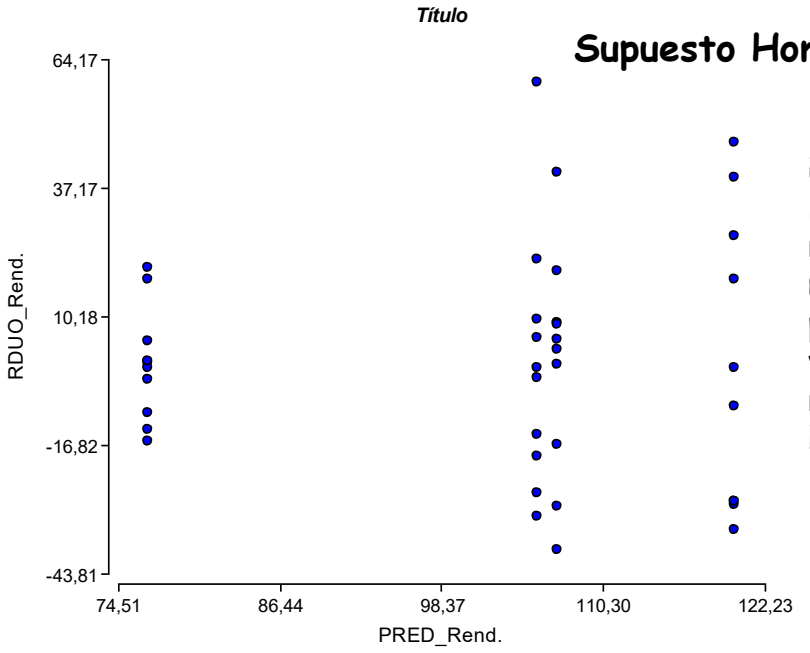
Supuesto Homogeneidad de varianzas



Aquí los tratamientos con mayores valores predichos tienen más variabilidad entre sus repeticiones que los tratamientos con menor valor predicho.

20

Supuesto Homogeneidad de varianzas



Este gráfico sugiere que la variabilidad de los residuos en el híbrido de menor rendimiento pareciera diferente a la variabilidad de los residuos en los otros híbridos.

21

Supuesto Homogeneidad de varianzas

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

- Prueba de Levene (INFOSTAT)

Esta prueba se construye realizando un análisis de la varianza con los valores absolutos de los residuos como variable dependiente.

Es preferible realizar pruebas gráficas para verificar este supuesto, ya que en caso de estar ante un escenario de heterogeneidad de varianzas, este tipo de prueba no nos entrega una estrategia de análisis a seguir.

22

Supuesto Homogeneidad de varianzas

Análisis de la varianza

Variable	N	R^2	R^2 Aj	CV
RABS_Rend.	40	0,18	0,11	77,90

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III)

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo.	1528,31	3	509,44	2,64	0,0642
Cultivar	1528,31	3	509,44	2,64	0,0642
Error	6946,69	36	192,96		
Total	8475,00	39			

Para un nivel de significancia del 5 %, se acepta la hipótesis nula en que las varianzas son homogéneas (p-value 0,064 > 0,05), es decir existe homocedasticidad de varianzas.

23

Supuesto Distribución normal de los errores

HO: Los errores tiene distribución normal.
HA: Los errores no tiene distribución normal.

PRUEBA GRÁFICA

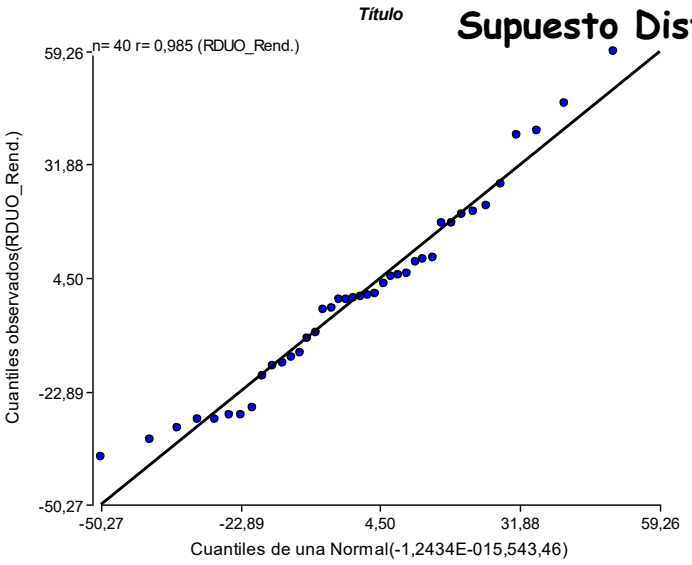
- Gráfico QQ-PLOT (INFOSTAT)

PRUEBAS ESTADÍSTICAS

- Shapiro Wilks (INFOSTAT)
- Kolmogorow-Smirnov
- Anderson Darling
- Ryan-Joiner
- Cramer von Mises
- Lilliefors

24

Supuesto Distribución normal de los errores



Mediante esta técnica se obtiene un gráfico de dispersión en el que, si los residuos tienen distribución normal y no hay otros defectos en el modelo, entonces los residuos observados se alinean sobre una recta de 45° como se muestra en la figura.

25

Supuesto Distribución normal de los errores

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Shapiro-Wilks (modificado)

Variable	n	Media	D.E.	W*	p(Unilateral D)
RDUO Rend.	40	0,00	23,31	0,95	0,2975

Como pvalue = 0,295 > 0,05, implica Aceptar HO, es decir existe distribución normal de los errores al 5 % de nivel de significancia.

26

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

¿Y si no se cumplen los supuestos?

Métodos más contemporáneos:
- Incluir una función de varianza en el modelo
- Modelos lineales generalizados

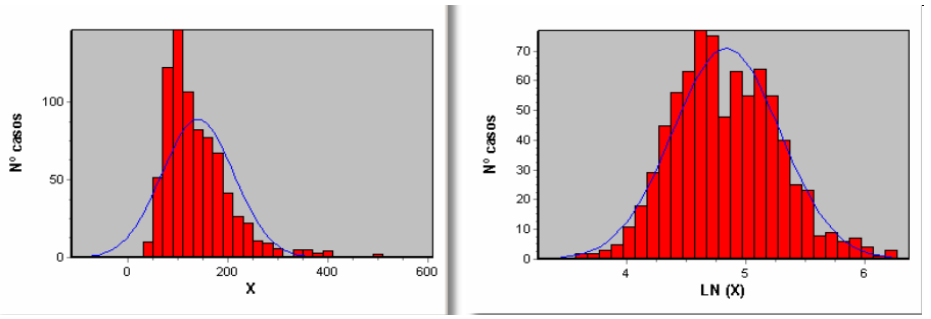
Transformaciones y Estadística no paramétrica (60-70)

27

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Transformaciones

La utilización de transformaciones para lograr que los datos se ajusten a una distribución normal fue antiguamente unas de las soluciones más utilizadas, ya que existen gran cantidad de parámetros biológicos que tienen una distribución asimétrica como la de la figura de la izquierda, y que se convierten en aproximadamente simétricas al transformarlas mediante el logaritmo.



28

Transformaciones

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

-Se debe realizar una trasformación de la variable original.

- Luego, a la variable trasformada hay que calcularle sus RESIDUOS, los que deben ser sometidos nuevamente a las pruebas de los supuestos de normalidad y de homogeneidad de varianzas.

Si pasan los supuestos realizar el ANOVA con la variable trasformada, luego las comparaciones múltiples se realizan con la escala trasformada, pero los resultados finales (promedios de los tratamientos), deben presentarse con los valores de la escala original

29

Transformaciones

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

-Se debe realizar una trasformación de la variable original.

- Luego, a la variable trasformada hay que calcularle sus RESIDUOS, lo que deben ser sometidos nuevamente a las pruebas de los supuestos de normalidad y de homogeneidad de varianzas.

Si pasan los supuestos realizar el ANOVA con la variable trasformada, luego las comparaciones múltiples se realizan con la escala trasformada, pero los resultados finales (promedios de los tratamientos), deben presentarse con los valores de la escala original

Si no pasan los supuestos, probar con otras transformaciones.

De lo contrario habrá que recurrir a la Estadística no Paramétrica.

30

Transformaciones

Transformaciones más utilizadas:

1. Transformación raíz cuadrada
2. Transformación logarítmica
3. Transformación de Bliss

31

Transformación raíz cuadrada

$\sqrt{y}$

Es recomendada cuando los datos "y" están expresados en números enteros no negativos, los cuales siguen una distribución de Poisson, como por ej:

- nº de arañitas rojas por hoja
- nº de bacterias en un cultivo

$$y^* = \sqrt{y}$$

Si los valores observados son cercanos a cero o muy pequeños , se sugiere utilizar:

$$y^* = \sqrt{y + cte}$$

Constante = 0,01 ó 0,5, etc.

32

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Transformación Ln o Log

ln(y) ó log(y)

Consiste en tomar los logaritmos de las variables originales.

$Y^* = \log(y)$

Se usa cuando los datos son números enteros positivos que cubren un amplio rango de valores (o que tienen mucha variabilidad) como por ej:

- nº de nemátodos por muestra de suelo
- nº de células somáticas en la leche

33

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Transformación Ln o Log

ln(y) ó log(y)

Hay problemas con la trasformación logarítmica si la variable "y" toma algún valor "cero", por lo que en estos casos, o incluso si existen valores muy pequeños, será adecuada emplear la trasformación:

$Y^* = \log(y + 1)$

34

Transformación angular (Bliss)

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Cuando los datos son proporciones o porcentajes como por ej:

- % Botrytis
- % Palo negro
- % Daño

$$Y^* = \text{arcoseno } \sqrt{y/100}$$

Donde Y es un valor entre 0% y 100%

35

Estadística paramétrica

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

En los métodos paramétricos se asume que la población de la cual la muestra es extraída presenta distribución NORMAL.

Esta propiedad es necesaria para que la prueba de hipótesis del ANDEVA sea valida.

36

Estadística no paramétrica

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Se denominan pruebas **no paramétricas** aquellas que **no presuponen** una distribución de probabilidad para los datos, por ello se conocen también como de distribución libre (*distribution free*).

La mayor desventaja de la estadística no paramétrica es que es mucho menos poderosa que la estadística paramétrica.

Esta basada en rangos, es decir, se considera el *orden relativo que le* corresponde a los datos más que a los valores mismos.

37

Estadística no paramétrica

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Al ordenar los datos de > a < se obtienen rangos

y	Rango
7	2
20	5
40	6
13	3
2	1
17	4

38

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Estadística no paramétrica

Prueba de Kruskal-Wallis

Es equivalente a la prueba del ANOVA para un Diseño Completamente aleatorizado y que permite comparar la igualdad de k medias poblacionales (tratamientos) versus que al menos una es distinta.

Las hipótesis son las mismas que para el ANOVA.

39

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Estadística no paramétrica

Prueba de Friedman

Es una prueba no paramétrica equivalente a la prueba del ANOVA aplicable a modelos de clasificación en dos sentidos, sin interacción, como es el caso del Diseño en Bloques completos al azar

Las hipótesis son las mismas que para el ANOVA.

40

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Estadística no paramétrica:

- Fueron un buen intento para arreglar el problema (60-70)
- Paramétrico: supone distribución
- No paramétrico: de distribución libre
- Esta obsoletos, y perdiendo vigencia a pasos agigantados
- Es una estadística de distribución libre, pero si exige independencia
- Ataca el problema de la no normalidad a través de una trasformación de rangos
- Al asignar rangos, se pierde mucha información de las diferencias entre los tratamientos

41

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Modelación estadística avanzada

42

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Modelación estadística avanzada

ANTES

- La clásica receta de que un experimento hay que analizarlo de una manera en particular esta obsoleta!

AHORA

- Para un mismo set de datos hay que evaluar diferentes modelos, modelos alternativos.
- Posteriormente hay que aplicar criterios de selección de modelos
- Hay que pensar en toda la fuente de variación que hay en el experimento y colocarla en el modelo, efecto unidad experimental (sujeto), efecto covariable, efecto bloque, etc…..y evaluar.
- Según la naturaleza de la variable respuesta se decide cual modelo usar, modelo lineal general, modelo lineal generalizado,

43

FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Supuestos del Análisis de Varianza

Erika Kania Kuhl
Ing. Agrónomo Dr.

44