

*La matemática es como un faro que
guía nuestra comprensión del mundo.*

1. Derivadas

Problema 1. Calcule los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 - 6x^2 + 100}{-12x^5 + x^4 - x^3 + 6x}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{100} - 2000x^{99}}{x^{90} + x^{89} + \dots + x^2 + x}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^9 - 4x^8}{x^{10} + 20}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 - 6x + 5}$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 3x^2}{5e^x + 2x^2}$

6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 3x^2}{5e^x + 2x^2}$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-e^{2x} + x}{3e^{4x} - x^2}$

8. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-e^{2x} + x}{3e^{4x} - x^2}$

9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-e^{2x} + x}{3e^{4x} - x^2}$

10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-e^{2x} + x}{3e^{4x} - x^2}$

Problema 2. Para las siguientes funciones encuentre:

- Asíntotas
- Puntos críticos
- Puntos máximos y mínimos
- Intervalos de monotonía
- Intervalos de concavidad

1. $f_1(x) = \frac{-3x + 1}{x - 2}$

2. $f_2(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$

3. $f_3(x) = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$

Problema 3. Para las funciones del problema anterior. Use la información encontrada para graficarlas.

1. Soluciones Derivadas

Solución 1. Calcule los siguientes límites

1. $\frac{-1}{3}$

2. ∞

3. 0

4. 1

5. $\frac{1}{5}$

6. $\frac{-3}{2}$

7. 0

8. 0

9. ∞

10. 0

Solución 2. Estudie las siguientes funciones

1. $f_1(x) = \frac{-3x+1}{x-2}$

■ Asíntotas.

- Vertical: $x = 2$
- Horizontal: $y = -3$

■ Puntos críticos

- $x = 2$

■ Puntos máximos y mínimos: No tiene.

■ Intervalos de monotonía: Creciente en todo su dominio

■ Intervalos de concavidad

- $f_1''(x) > 0$ si $x < 2$
- $f_1''(x) < 0$ si $x > 2$

2. $f_2(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$

■ Asíntotas

- Vertical: $x = -2$
- Vertical: $x = 2$
- Horizontal: $y = 0$

■ Puntos críticos

- $x = -2$
- $x = 0$
- $x = 2$

■ Puntos máximos y mínimos: $x = 0$ es un máximo local.

■ Intervalos de monotonía:

- Creciente si $x < 0$
- Decreciente si $x > 0$

■ Intervalos de concavidad

- $f_2''(x) > 0$ si $x < -2$ ó $x > 2$
- $f_2''(x) < 0$ si $-2 < x < 2$

3. $f_3(x) = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$

■ Asíntotas

- Horizontal: $y = 0$

■ Puntos críticos

- $x = 0$

■ Puntos máximos y mínimos: $x = 0$ es un máximo local

■ Intervalos de monotonía

- Creciente si $x < 0$
- Decreciente si $x > 0$

■ Intervalos de concavidad.

(En este ejercicio encontrar estos intervalos es más difícil de lo que se exigirá en la prueba)

- $f_3''(x) > 0$ si $x < -r$ ó $x > r$
- $f_3''(x) < 0$ si $-r < x < r$

Con $r = \text{Ln}(\sqrt{3} + \sqrt{8}) \approx 0,8814$ la solución positiva de la ecuación $(e^x + e^{-x})^2 = 2(e^x - e^{-x})^2$.
