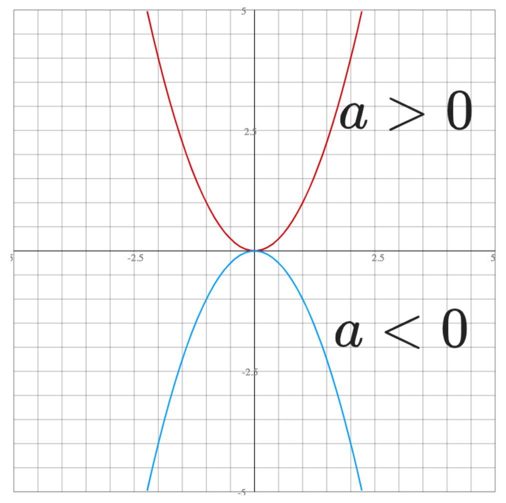
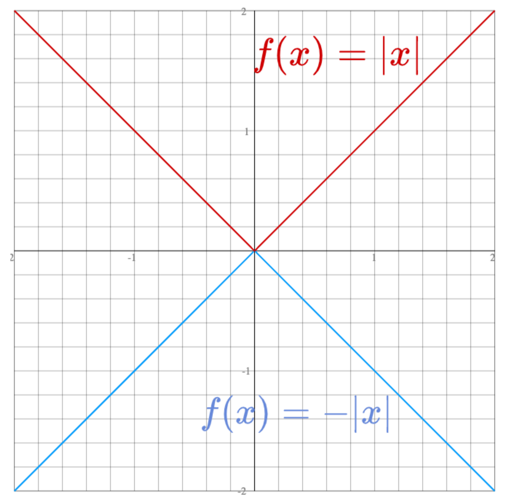
Identificación de Formas

- Formas básicas

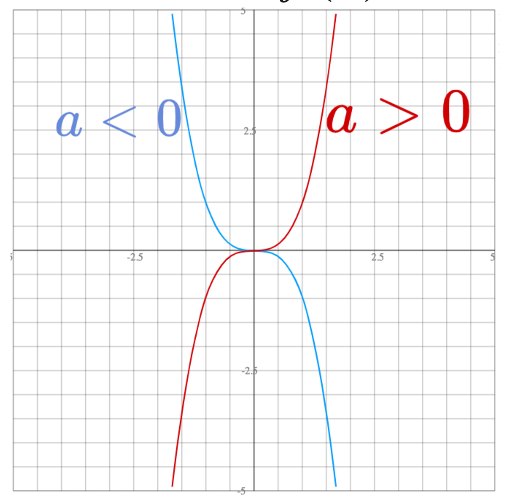
Las formas de las funciones básicas



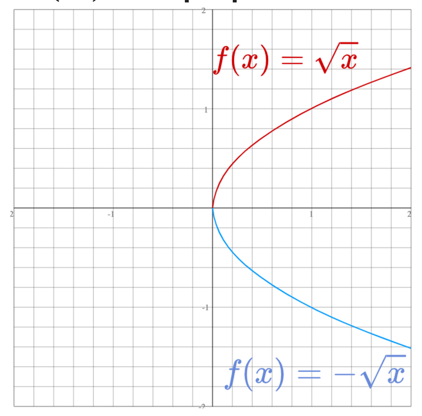
Cuadrática $f(x) = x^2$.



Valor absoluto $h(x) = |x|$



Cúbica $g(x) = x^3$



Raíz cuadrada $j(x) = \sqrt{x}$

- Desplazamiento de una función

Notemos que una función la podemos desplazar de un punto a otro indicando el movimiento horizontal h y vertical k. El desplazamiento *horizontal* afecta a la coordenada $x \to x - h$ de la función, y el desplazamiento *vertical* a la coordenada $y \to x + k$.

$$f(x) \xrightarrow{x-h} f(x-h) \xrightarrow{y+k} f(x-h)+k$$

Ejemplo.

1) Sea $f(x) = \sqrt{x}$ la función inicial que desplazamos 2 lugares a la izquierda y 3 lugares hacia arriba. Determine la función final.

$h = 2$ lugares a la izquierda $= -2$

$k = 3$ lugares hacia arriba $= 3$

La transformación de la función es la siguiente:

$$\sqrt{x} \xrightarrow{x-(-2)=(x+2)} \sqrt{x+2} \xrightarrow{y+3} \sqrt{x+2}+3$$

La función transformada es $g(x) = \sqrt{x+2}+3$

- UNIVERSIDAD DE CHILE -

Facultad de Agronomía

MATEMÁTICAS 1

Resumen 02 ver 01

Profe Da Silva

geir.dasilva@uchile.cl

Continuación

- Desplazamiento de una función

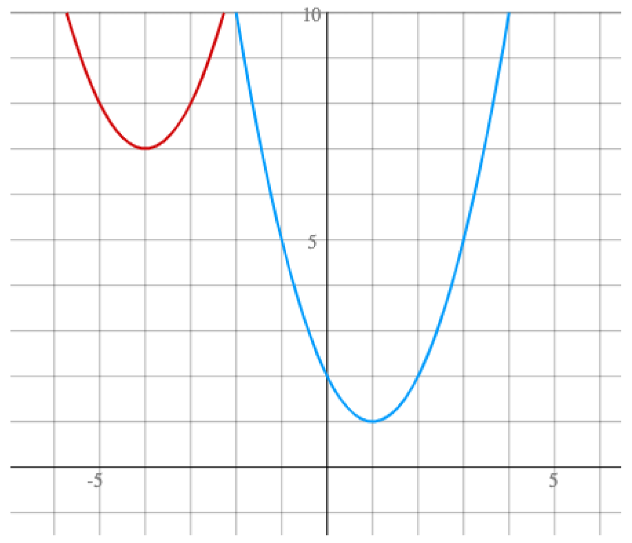
Ejemplo:

2) Sea $h(x) = (x+4)^2 + 7$ la función original que se desea trasladar 5 lugares a la derecha y 6 lugares hacia abajo. Encuentre la función final.

$h = 5$ lugares a la derecha $= 5$

$k = 6$ lugares hacia abajo $=$ -6

$$(x+4)^2+7 \xrightarrow{x+4-(5)=(x-1)} (x-1)^2+7 \xrightarrow{y-6} (x-1)^2+7-6$$



La función final es entonces $h(x) = (x-1)^2 + 1$

3) ¿Cómo se debe trasladar la función $g(x) = |x-5| - 3$ para llegar a $h(x) = |x|$?

Respuesta: La función $g(x)$ se debe trasladar 5 lugares a la izquierda y 3 lugares hacia arriba.

- Polinomios

Un polinomio en la variable x es una expresión algebraica de la forma

$$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

donde $n \in \mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$ y los términos $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$ son números reales y $a_n \neq 0$.

La letra x recibe el nombre de indeterminada.

Los términos $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$ se denominan **coeficientes del polinomios**.

Coeficiente principal se llama al coeficiente a_n que acompaña a la potencia de x de mayor exponente.

Coeficiente constante se le denomina al término a_0.

Grado del polinomio se le llama al número n. Lo denotamos como grado$(p(x)) = n$.

Ejemplo:

$$p(x) = 2x^6 + 10x^4 - 4x^3 + x^2 - 9$$

Coeficiente principal: 2. Grado del polinomio: 6.

Coeficiente constante: 3.

- Raíz de un polinomio

Decimos que x_1 es una raíz del polinomio si $p(x_1) = 0$.

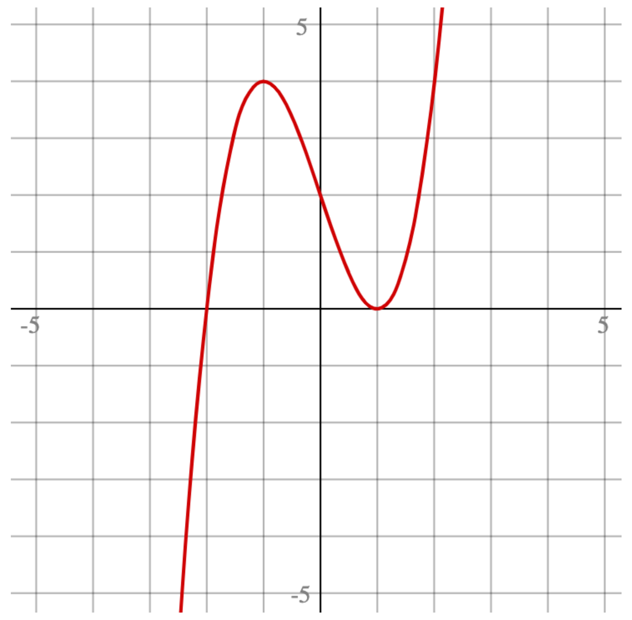
Ejemplo.

Determine si $x_1 = -2$ es raiz de $p(x) = x^2 + 4x + 4$.

Evaluamos $p(-2) = (-2)^2 + 2(-2) + 4 = 0$. Es raiz.

Polinomios y Raíces

- Cúbica con dos raíces iguales y una distinta



La curva de la figura tiene una raíz $x_1 = -2$ y una raíz doble en $x_2 = x_3 = 1$. Se puede apreciar visualmente pues apenas toca el eje x.

El polinomio de la figura se puede escribir como

$$p(x) = (x+2)(x-1)^2$$

- Operación con polinomios

Suma/resta: Se suman o restan los términos semejantes.

$$\begin{array}{r} 5x^4 + 2x^3 + 8x \\ 8x^4 + 3x^3 - 2x \\ \hline 13x^4 + 5x^3 - 6x \end{array}$$

Multiplicación: Se aplica la propiedad distributiva y las propiedades de las potencias:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x \\ \times \quad 2x^2 - 3 \\ \hline -6x^3 + 9x^2 - 12x \\ 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 \\ \hline 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x \end{array}$$

División de polinomios:

$$\begin{array}{l} \left(x^3 - 3x^2 + 3x - 1\right) : \left(x - 1\right) = x^2 - 2x + 1 \\ \underline{-x^3 + x^2} \\ \quad -2x^2 + 3x \\ \quad \underline{2x^2 - 2x} \\ \qquad x - 1 \\ \qquad \underline{-x + 1} \\ \qquad\quad 0 \end{array}$$

Observe que

$$\underbrace{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}_{\text{dividendo}} = \underbrace{(x-1)}_{\text{divisor}}\underbrace{\left(x^2 - 2x + 1\right)}_{\text{cociente}} + \underbrace{0}_{\text{resto}}$$

Sumatorias

- Notación

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = na_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1} + a_n$$

- Propiedades de las sumatorias

- Suma: $\sum_{i=1}^{n}\left(a_i + b_i\right) = \sum_{i=1}^{n} a_i + \sum_{i=1}^{n} b_i$
- Suma con una constante c, $\sum_{i=1}^{n} c\, a_i = c \sum_{i=1}^{n} a_i$
- Suma de una constante $\sum_{i=1}^{n} a = n \cdot a$

- Identidades

- Suma de los n primeros naturales

$$\sum_{i-1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

Ejemplo: Sumar los primeros mil números naturales

$$\sum_{i=1}^{1000} i = \frac{1000(1000+1)}{2} = 500.500$$

- Suma de los primeros n naturales al cuadrados

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

- Suma geométrica

$$r + r^2 + r^3 + \ldots + r^n = \sum_{i=1}^{n} r^i = \frac{r - r^{n+1}}{1 - r}$$

- Ejercicios sumatorias

Encuentre la suma siguiente

- $$S = \underbrace{2 + 4 + 8 + 16 + \cdots}_{\text{10 términos}}$$

  R: $S = 2.046$.

- $\sum_{i=1}^{10}(i+2)^2 = 645$
- Use el símbolo $\sum$ para escribir la suma $3 + 5 + 9 + \ldots + 65$ y encuentre su valor.