LÓGICA

- Proposiciones lógicas

Las proposiciones lógicas deben tener un valor de verdad definido. **Ejemplo:** 2 es mayor que 6

Proposiciones que no tengan un valor de verdad definido no entran en esta categoría. Como, por ejemplo: **Ejemplo:** Esta afirmación es falsa.

- Negación de una propsición

p	$\sim p$
V	F
F	V

Notemos que la negación de la negación es la proposición original $(\sim\ (\sim\ p)\ =\ p)$.

- Propiedades Generales

Conjunción y Disjunción

p	q	$p \wedge q$ (y)
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$p \vee q$ (ó)
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Implicancia y Equivalencia lógica

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Ej: Está lloviendo entonces la calle está mojada. Verdadero
Un número es múltiplo de 8 si y sólo si el número es múltiplo de 4 y 2. Falso

- UNIVERSIDAD DE CHILE -

Facultad de Agronomía

MATEMÁTICAS 1
Resumen 01
Profe Da Silva
geir.dasilva@uchile.cl

CONJUNTOS

- Definiciones

Un **conjunto** es una colección de objetos matemáticos y se suele representar con letras en mayúscula. Los objetos que componen un conjunto se indican con paréntesis de llaves: $\mathbb{A} = \{2,4,6,8\}$. Identifique los siguientes conjuntos numéricos: $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$.

Un **elemento** es un objeto matemático que está dentro de un conjunto. Ejemplo, $4 \in \mathbb{A}$, $\in$ indica "pertenece". O bien, no pertenece como $\pi \notin \mathbb{A}$.

Un conjunto A es **subconjunto** de otro B si todos los elementos de A pertenecen también a B. Se escribe $A \subset B$. Ej. $\{1,5,9\} \subset \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

El **conjunto vacío** no tiene elementos y se denota con $\varnothing$ ó bien $\{\}$ El conjunto vacío es subconjunto de todo conjunto A. $\varnothing \subset A$

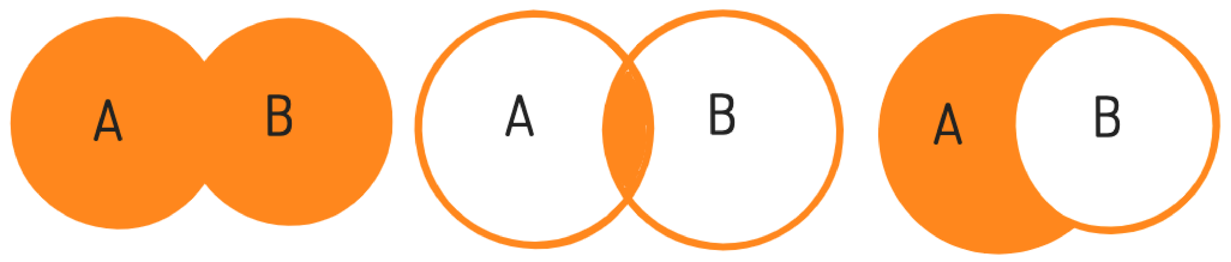
Un conjunto se determina por **extensión**, o sea por enumeración, cuando se listan los elementos del conjunto. Ejemplo $A = \{2,4,6\}$.

Un conjunto se determina por **comprensión**, cuando se da una propiedad que cumplan todos los elementos del conjunto. Ejemplo $B = \{n \in \mathbb{N} : n < 10\}$

- Operaciones con conjuntos

Dados dos conjuntos A y B.

La **unión**, $A \cup B$, es el conjunto de los elementos que están en al menos uno de los dos. La **intersección**, $A \cap B$, es el conjunto que contiene los elementos compartidos por ambos. La **diferencia**, $A \backslash B$, es el conjunto que contiene los elementos de A que no están en B.



Ejemplo: Si $A = \{a,b,c,d,e,f\}$ y $B = \{a,e,i,0,u\}$ entonces $A \cap B = \{a,e\}$.

- Cuantificadores lógicos

$\forall\ n\ \in\ \mathbb{N}\ :\ n\ >\ 0$: Se lee como "Para todo n perteneciente a los naturales tal que n es mayor a cero".
$\exists x\ \in\ \mathbb{R}\ :\ x\ <\ \pi$: Se lee como "Existe algún x perteneciente a los reales tal que x es menor que π".

ECUACIONES

- Ecuación de primer grado y una variable

Una ecuación lineal tiene la forma

$$a\,x + b = 0$$

donde a y b son constantes y x la variable. La solución general para x se puede encontrar como $x = \dfrac{-a}{b}$ y puede tener tres situaciones distintas.

1. Si $a \neq 0$ siempre tendrá una solución $x = \frac{-b}{a}$, (Solución única)
2. Si $a = 0$, y $b \neq 0$. (No tiene solución).
3. Si $a = 0$ y $b = 0$ entonces todos los valores de x serán solución. (Tiene infinitas soluciones).

- Ecuación de segundo grado y una variable

Una ecuación de segundo grado tiene la forma

$$ax^2 + bx + c = 0$$

La solución general para la cuadrática es

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Para determinar si las soluciones son reales o no debemos evaluar el discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac = \begin{cases} > 0 & \text{dos soluciones distintas} \\ = 0 & \text{dos soluciones iguales} \\ < 0 & \text{no tiene solución} \end{cases}$$

- Ejemplos

Encuentre la solución a las siguientes ecuaciones

- $4x - 2 = 0$: Como m y n son distintos de cero la solución es $x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
- $0x + 3 = 0$: Como $m = 0$ y $n \neq 0$ no hay solución.
- $x^2 - 4x - 5$: el $\Delta = 36 > 0$, hay dos soluciones distintas $x_1 = -1$ y $x_2 = 5$.
- $x^2 + x + 2 = 0$: el $\Delta = -7 < 0$, no hay solución real.

AXIOMAS DE ORDEN

- Notación

$a - b = a + (-b)$
$a > b$ significa que $a - b \in \mathbb{R}_+$
$a < b$ significa que $b > a$
$a \geq b$ significa que $a > b$ o $a = b$
$a \leq b$ significa que $a < b$ o $a = b$

- Inecuación lineal

$$ax + b > 0$$

con $a, b \in \mathbb{R}$ y el símbolo $<$ puede ser cambiado por $>, \leq$ y $\geq$.
Ejemplo:

$$5x - 4 \leq x + 8$$
$$4x \leq 12$$
$$x \leq 3$$

El conjunto solución es $S = (-\infty, 3]$

- Inecuación cuadrática

$$ax^2 + bx + c > 0$$

con a, b y c en $\mathbb{R}$, y el símbolo $<$ puede ser cambiado por $>, \leq$ y $\geq$.
Ejemplo: Encuentre el conjunto solución de la siguiente inecuación

$$(x+4)(x-2) \leq 0$$

x ∈	$(-\infty,-4)$	-4	$(-4,2)$	2	$(2,\infty)$
$(x+4)$	-	0	+	0	+
$(x-2)$	-	0	-	0	+
$(x+4)(x-2)$	+	0	-	0	+

El conjunto solución es $S = [-4, 2]$.

- Valor absoluto

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

Encuentre el conjunto solución a la inecuación $|2x - 6| < 12$ Se desarrolla

$$-12 < 2x - 6 < 12 \text{ equivalente}$$
$$-12 < 2x - 6 < 12\ \ / + 6$$
$$-6 < 2x < 18\ \ / : 2$$
$$-3 < x < 9$$

El conjunto solución es $S = (-3, 9)$