

Análisis de la Varianza Diseño completamente aleatorizado (DCA)

Erika Kania Kuhl Ing. Agr. Dr.

Introducción

Supongamos que se desean comparar los rendimientos de 5 variedades de trigo.

¿Cómo se podría conducir este ensayo?

Introducción

Supongamos que se desean comparar los rendimientos de 5 variedades de trigo.

¿Cómo se podría conducir este ensayo?

Si cada variedad es sembrada en un predio distinto, y los resultados indican que la V2 tuvo mayor rendimiento que la V5

Predio A Predio B Predio C Predio D Predio E V1 V2 V3 V4 V5

Introducción

Supongamos que se desean comparar los rendimientos de 5 variedades de trigo.

¿Cómo se podría conducir este ensayo?

Si cada variedad es sembrada en un predio distinto, y los resultados indican que la V2 tuvo mayor rendimiento que la V5

Predio A Predio B Predio C Predio D Predio E V1 V2 V3 V4 V5

¿Será verdadero que la V2 tiene siempre o la mayoría de las veces mayor rendimiento que V5?

Introducción

Supongamos que se desean comparar los rendimientos de 5 variedades de trigo.

¿Cómo se podría conducir este ensayo?

Si cada variedad es sembrada en un predio distinto, y los resultados indican que la V2 tuvo mayor rendimiento que la V5

Predio A V1 Predio B V2 Predio C V4 Predio D V5

¿Será verdadero que la V2 tiene siempre o la mayoría de las veces mayor rendimiento que V5?

ó este resultado fue producto de la casualidad, como ser que el Predio B tiene un mejor suelo que el Predio E, y no porque V2 rinde más que V5

Diseño de experimentos

El diseño de experimentos consiste en un conjunto de técnicas, que tienen, entre otras cosas, la finalidad de controlar las fuentes de variación no deseadas y disminuir el error experimental, con el propósito de incrementar la eficiencia de la inferencia relacionada a la comparación de los tratamientos.

Diseño completamente aleatorizado (DCA)

En este diseño se supone que las unidades experimentales (UE) son homogéneas (a lo largo del todo el ensayo), es decir no se identifica ninguna estructura de las UE.

Los tratamientos (que pueden tener o no estructura) se asignan completamente al azar sobre el total de las unidades experimentales.

Es el diseño más simple en el análisis de los datos, así como en el manejo y establecimiento del ensayo en terreno o laboratorio.

A este diseño también se le conoce como "Diseño de una vía" (one way), o un sólo criterio de clasificación ya que las respuestas se hallas clasificadas únicamente por los tratamientos.

RESPUESTA = f (tratamientos, Error Experimental)

En <u>experimentos con fines comparativos</u>, usualmente se realiza la aplicación de varios tratamientos a un conjunto de unidades experimentales para valorar y comparar las respuestas obtenidas bajo cada tratamiento

Análisis de Varianza (ANDEVA)

La técnica del Análisis de Varianza (ANDEVA) permite realizar las estimaciones de las respuestas promedio de los tratamientos y las comparaciones entre ellas.

Modelo de ANAVA a un criterio de clasificación

La técnica del ANAVA presupone un modelo lineal para explicar la variación en la variable respuesta.

Se denomina modelo lineal del ANOVA para la observación y $_{\rm ii}$ a:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \mathcal{E}_{ij}$$
 | i = 1, 2,t (tratamientos) j = 1, 2,r (repeticiones)

 $\begin{array}{ll} \textbf{Y}_{ij} & \text{es la j-\'esima observaci\'on del i-\'esimo tratamiento} \\ \textbf{p} & \text{es la media general com\'un a todos los tratamientos} \\ \textbf{t}_i & \text{es el efecto fijo del tratamiento i} \end{array}$

 ϵ_{ij} es el error aleatorio asociado a la respuesta Yij (es una variable aleatoria normal (error) independientemente distribuida con esperanza 0 y varianza σ^2 , que representa la variabilidad)

Recordemos....



<u>Parámetros</u>: valor supuesto de una población <u>Estimadores</u>: valor numérico calculado sobre una

Modelo de ANAVA a un criterio de clasificación

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

Existen modelos con más parámetros.

Esto implica que no existe un modelo único lineal y la selección de un modelo para cada problema forma parte del "arte" del análisis de datos experimentales

Modelo de ANAVA a un criterio de clasificación

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

La <u>media general</u> (µ) puede ser entendida como la media de todas las medias poblacionales asociadas a cada uno de los grupos en estudio. Su valor es constante a través de todas las observaciones.

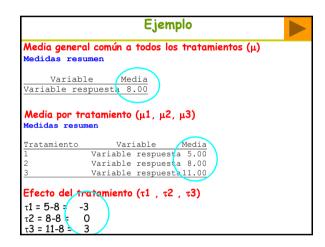
Los <u>efectos de tratamientos</u> (τi) representan la diferencia o corrimiento entre la media poblacional del tratamiento considerado y la media general común a todos los tratamientos $\tau i = u i - v i$

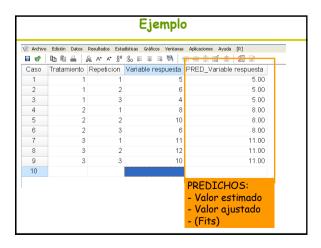
Así el **efecto del tratamiento 1** ($\tau 1$) es la diferencia que hay entre la media del tratamiento 1 y la media general.

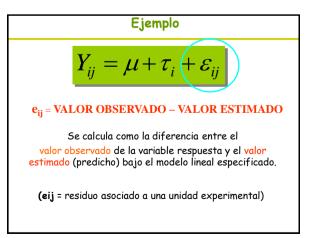
 $\tau 1 = \mu 1 - \mu$

∃ er Caso			%	
1	1	1	5	
2	1	2	6	
3	1	3	4	
4	2	1	8	
5	2	2	10	
6	2	3	6	
7	3	1	11	
8	3	2	12	
9	3	3	10	
10				

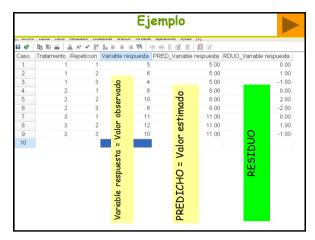
Ejemplo Vir Archivo Edición Datos Resultados Estadísticas Gráficos Ventanas Aplicaciones Ayuda [R] Tratamiento Repeticion Variable respuesta Caso 4 i = 1, 2, 3 (tratamientos) j = 1, 2, 3 (repeticiones) 6 11 8 12 9 10 10 Media general común a todos los tratamientos (μ) Media por tratamiento (μ1, μ2, μ3) Efecto del tratamiento $(\tau 1, \tau 2, \tau 3)$ $\tau i = \mu i - \mu$











Modelo Lineal

Modelo que explica a cada observación:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

Recordemos que para comparar las medias de dos poblaciones, las hipótesis para una prueba bilateral, son:

 $HO: \mu 1 = \mu 2$ HA: μ1≠ μ2

> Para el caso de la comparación de medias de varias poblaciones, las hipótesis que se plantean son:

$$H_0: u_1 = u_2 = u_3 = \dots = ut (= u)$$

Igualdad de medias poblacionales de todos los tratamientos comparados

 H_A : existe $ui \neq u$

Prueba de hipótesis para comparar varias poblaciones

El objetivo del Análisis de Varianza es contrastar la hipótesis de que los <u>efectos de los tratamientos</u> son nulos versus que al menos uno no lo es.

En términos estadísticos:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \dots = \pi = 0$$

 $H_A: \operatorname{algún} \ \tau_i \neq 0$

Si la conclusión es rechazar HO:

Al menos un tratamiento tiene efecto distinto de cero

τi : **EFECTO TRATAMIENTO**

Hipótesis

 $H_0: u_1 = u_2 = u_3 = ... = ut (= u)$ H_A : existe $ui \neq u$

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \dots = \tau t = 0$$

 $H_A: \text{algún } \tau_i \text{ distinto de cero.}$



Análisis de Varianza (ANDEVA)

El ANAVA es un procedimiento que permite descomponer la <u>variabilidad total</u> de las observaciones en la variación entre tratamientos y la variación dentro de tratamientos (variabilidad entre las unidades experimentales que reciben el mismo tratamiento- Error Experimental).

Análisis de Varianza (ANDEVA)

Esta técnica permite descomponer la variación total de una variable respuesta en distintas fuentes de variación, algunas de ellas conocidas y otras totalmente desconocidas, atribuibles al error experimental, con el fin de determinar si las variaciones conocidas pueden atribuirse al efecto de ciertos factores (tratamientos) o por el contrario a variaciones meramente muestrales.

ANDEVA Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III) p-valor F.V. SC gl CM Modelo. 54.00 13.50 0.0060 54.00 Tratamiento 2 27.00 13.50 0.0060 12.00 2.00 Error Total 66.00

ANDEVA Variación Total = V. DENTRO trat. V. ENTRE trat. Variación Error Variación de o RUIDO tratamientos Desviación de Desviación de Desviación de cada dato cada promedio de cada data respecto del gran respecto al tratamiento promedio promedio de su respecto del gran promedio o propio tratamiento promedio general

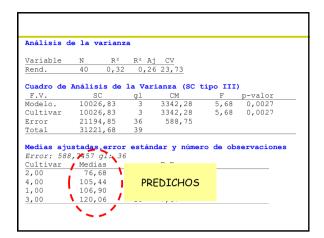
Archivo Híbridos

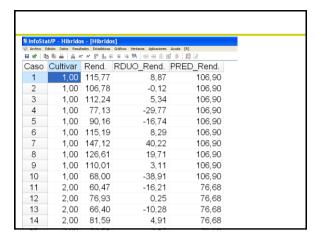
Para comparar 4 variedades de maíz (1, 2, 3 y 4), plantados en el sector de Melipilla en un suelo franco-arcilloso homogéneo y con riego tradicional mediante surcos, se realizó un ensayo con 10 repeticiones por tratamiento. Las variedades fueron sembradas en el mes de noviembre a una densidad de plantación de 90.000 plantas por ha. Los tratamientos se establecieron en parcelas de 3,2 x 7 m (22,4 m²), con hileras separadas a una distancia de 0,8 m. La variable respuesta medida fue el rendimiento (toneladas · ha-1).

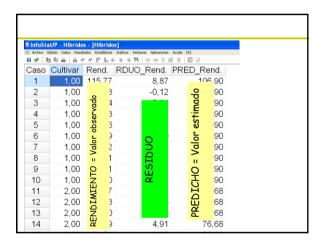
ARCHIVO HIBRIDOS ESTRATEGIA DE ANÁLISIS

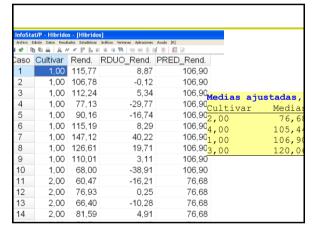
- 1. Análisis exploratorio de los datos
- 2. Plantear el o los objetivos de la investigación
- 3. Plantear las hipótesis.
- 4. Asumimos un modelo lineal para un DCA a un criterio de clasificación. Suponemos que las UE pudieron ser elegidas de forma tal que son homogeneas en suelo, pendiente, humedad, topografia, sombreamiento y otros factores que podrían impactar los rendimientos.
- 5. Asumimos que las variedades se asignaron aleatoriamente a las UE.
- 6. Cada rendimiento observado en cada UE en el $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon$ experimento se puede explicar de la siguiente manera:
- Luego, podremos proceder a conducir el ANAVA para probar las hipótesis planteadas (previa verificación de los supuestos del ANAVA)

Estadistica descriptiva Medidas resumen Variable n Media Rend. 40 102,27 >Promedio general(≠) $\mu + \tau_i + \varepsilon_{ii}$ Medidas resumen Cultivar Variable n 1,00 Rend. 1 Media del tratamiento 1 100 2,00 Rend. 10 76,68 120,06 Rend. 4,00 Rend 105,44 106.9 = 102.27 + 4.63 μ 1 = μ + \mathcal{T}_{1} 76,68 = 102,27 -25,59 μ 2 = μ + \mathcal{T} 2 120,06 = 102,27 + 17,79 μ 3 = μ + τ 3 $\mu 4 = \mu + \mathcal{T}_4$ 105,44 = 102,27 + 3,17

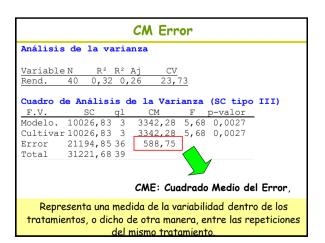








Análisis de la varianza Variable N R² R² Aj CV Rend. 40 0,32 0,26 23,73 Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III) F.V. SC gl Modelo. 10026,83 3 CM 3342,28 F 5,68 0,0027 Cultivar 10026,83 3 3342,28 5,68 0,0027 Error 21194,85 36 588,75 Total 31221,68 39 En el caso más simple la SC Modelo = corresponde solo a los tratamientos.



Prueba de hipótesis para comparar varias poblaciones

El objetivo del Análisis de Varianza es contrastar la hipótesis de que los efectos de los tratamientos son nulos versus que al menos uno no lo es.

En términos estadísticos:

 $H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = ... = \pi = 0$

 H_A : algún τ_i distinto de cero.

Para probar estas hipótesis:





Prueba F

Valor p

Prueba F

Análisis de la varianza

Variable N R² R² Aj 40 0,32 0,26

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III)

Prueba F

F.V. SC gl CM F p-valor Modelo. 10026,83 3 3342,28 5,68 0,0027 Cultivar 10026,83 3 3342,28 5,68 0,0027 F p-valor Error 21194,85 36 588,75 Total 31221,68 39

F= CM Tratamiento CM Error

F: Prueba que compara dos varianzas (por medio de sus cuocientes)

Prueba F

Todo ANDEVA concluye en una Prueba F que expresa cuantas veces es

mayor la varianza explicada por los tratamientos que la no explicada (error)

ANDEVA

Se plantearon las siguientes hipótesis:

 $H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \dots = \tau t = 0$

 H_A : algún τ_i distinto de cero.

Estas hipótesis equivalen a decir:

HO: Varianza trat <= Varianza error HA: Varianza trat > Varianza error

Prueba F

Análisis de la varianza

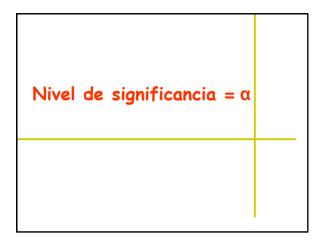
R² R² Aj 0,32 0,26 Variable N 40

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III)

F.V. SC ql CM F p-valor Modelo. 10026,83 3 3342,28 5,68 0,0027 Cultivar 10026,83 3 3342,28 5,68 0,0027 Error 21194,85 36 588,75 Total 31221,68 39

> F: Prueba que compara dos varianzas (por medio de sus cuocientes)

HO: Varianza trat <= Varianza error HA: Varianza trat > Varianza error



Nivel de significancia = a

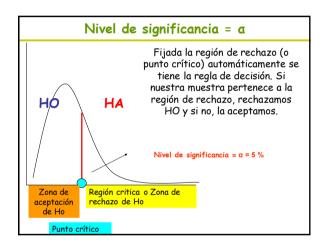
En la práctica, es frecuente conducir ensayos con un **NIVEL DE SIGNIFICANCIA** de 0,05 ó 5%. (Seleccionado <u>a priori</u> por el investigador)

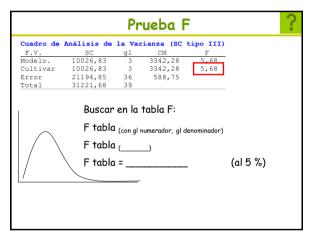
a = P (Rechazar HO / HO es verdadera),

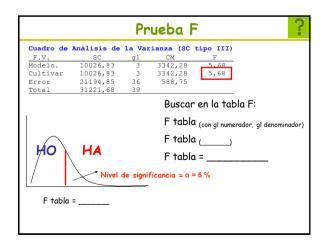
$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \dots = \pi = 0$$

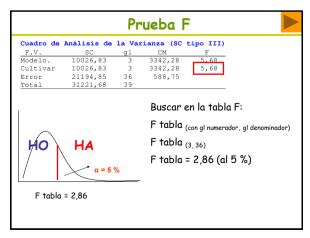
 H_A : algún τ_i distinto de cero.

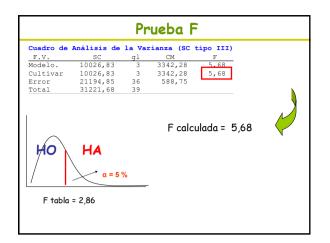
Si por ejemplo se escoge un nivel de significancia del 5%, entonces hay 5 oportunidades entre 100 de rechazar la hipótesis nula cuando debiera haberse aceptado.

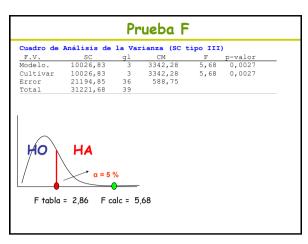


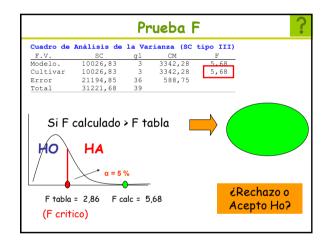


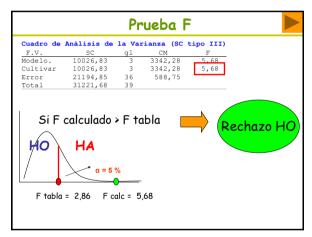


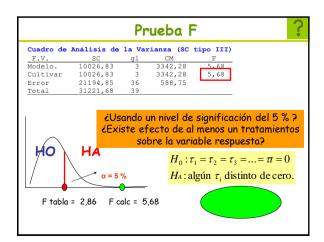


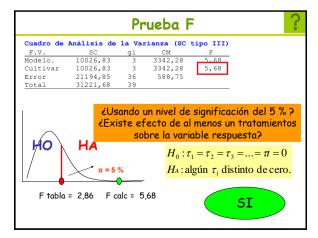












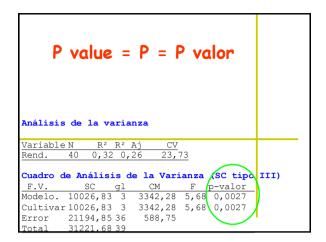


<u>CONCLUSION</u>: Como F calculada es mayor que F de tabla, se rechaza Ho y se concluye que existen diferencias estadísticamente significativas entre los tratamientos a un 5% de nivel de significancia.

ESTA CONCLUSION ES VALIDA SOLAMENTE SI

Se cumplen los **SUPUESTOS DEL ANDEVA** , que deben cumplirse para que el estadístico F sea válido.

SUPUESTOS DEL ANDEVA: lo veremos en otra clase......



P - valor

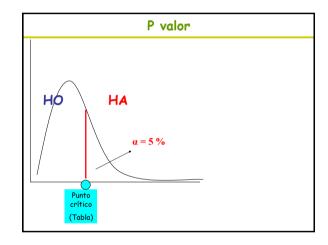
Los software estadísticos presentan como resultado de una prueba una cantidad llamada "Valor P"

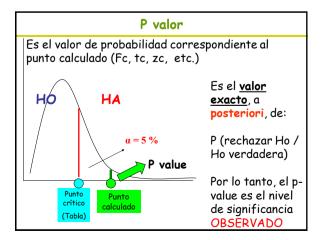
(o en inglés p-value)

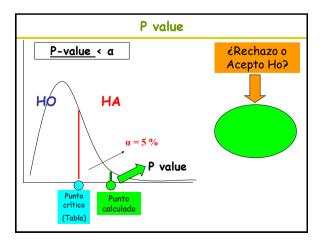
Análisis de la varianza

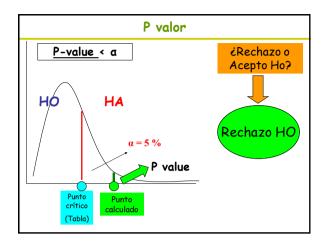
<u>Variable N R² R² Aj CV</u> Rend. 40 0,32 0,26 23,73

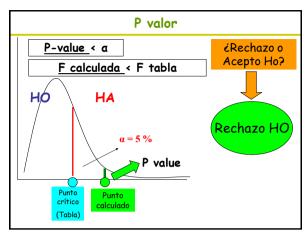
Cuadro de Análisis de la Varianza SC tipo III) SC gl CM p-valor Modelo. 10026,83 3 3342,28 5,68 0,0027 3342,28 5,68 588,75 Cultivar 10026,83 3 0,0027 21194,85 36 Error Total

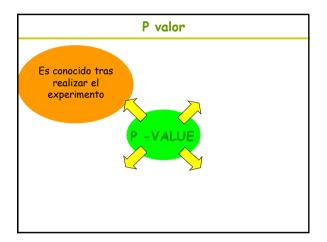


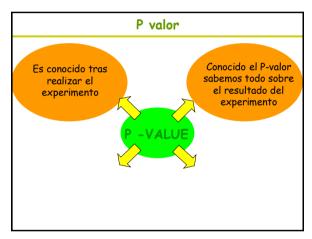


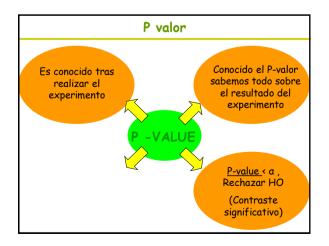












P valor

Para establecer si la hipótesis nula es verdadera o falsa se realiza una **prueba estadística** (test) que asigna una medida de **confiabilidad** a la hipótesis nula

La confiabilidad se expresa en términos de probabilidad y se la conoce como valor p (en ingles p-value)

Para decidir cuando dejamos de "creer" en la hipótesis nula se fija un umbral.

Si el <mark>valor p</mark> está por <u>debajo de ese umbral</u> decimos que la **hipótesis nula se rechaza**.

P valor

El umbral utilizado para decidir cuándo rechazamos la hipótesis nula se conoce como <mark>nivel de significación</mark> de la prueba y se simboliza con **a**.

Cuando la hipótesis nula se rechaza se dice que la prueba fue significativa.

En caso contrario diremos que no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula (o que la prueba no fue significativa).

Un nivel de significación estándar es 0,05, pero niveles de significación como 0,01 y 0,001 son también convencionales.

ARCHIVO HIBRIDOS

 Cuadro
 de Análisis
 de la Varianza
 (SC tipo
 III)

 F.V.
 SC
 gl
 CM
 F
 p-valor

 Modelo.
 10026,83
 3
 3342,28
 5,68
 0,0027

 Cultivar 10026,83
 3
 3342,28
 5,68
 0,0027

 Error
 21194,85
 36
 588,75
 0,0027

 Total
 31221,68
 39

<u>Conclusión</u>: Los resultados sugieren que existen diferencias significativas entre los tratamientos considerando la variable rendimiento (F calculado 5,68 y p value = 0,0027 < 0,05), es decir se rechaza la hipótesis nula de igualdad de medias de los tratamientos.

ESTA CONCLUSION ES VALIDA SOLAMENTE SI Se cumplen los SUPUESTOS DEL ANAVA, que deben cumplirse para que el valor P reportado sea válido.



Análisis de la Varianza Diseño completamente aleatorizado (DCA)

> Erika Kania Kuhl Ing. Agr. Dr.