



Práctico 2 – Campo y flujo electrostático

1.- Introducción

El concepto de campo es abstracto y complejo para ser entendido de manera simple, ya que representa la distribución espaciotemporal de una magnitud física, es decir, es una propiedad que puede medirse en el entorno de cada punto de una región del espacio para cada instante del tiempo, por lo que se puede decir que es una propiedad inherente al mismo espacio-tiempo.

Matemáticamente, los campos son representados mediante una función definida sobre una cierta región y gráficamente, se suelen representar mediante superficies de igual magnitud denominadas regiones equipotenciales o líneas vectoriales denominadas líneas de campo.

Para el caso particular del campo eléctrico lo que se busca es crear un vector que represente una propiedad local atribuible a la presencia de cargas en el espacio, es decir, si se conoce el campo eléctrico en un punto cualquiera del espacio tiempo, es posible evaluar la fuerza ejercida sobre una carga cualquiera situada en ese punto sin necesidad de preocuparse por la distribución de carga que lo produce.

2.- Campo Eléctrico

Se conoce al campo eléctrico como aquella región del espacio en la que cualquier carga situada en un punto de dicha región experimenta una acción o fuerza eléctrica. El campo eléctrico físicamente hablando corresponde a la perturbación eléctrica en todo el espacio producida por una carga Q [C], éste se encuentra definido como.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0} = \frac{K * Q * \hat{r}}{r^2}$$

Dónde:

\vec{E} es el campo eléctrico generado por la carga Q ($N \cdot C^{-1}$)

\vec{F}_e es la Fuerza eléctrica ejercida sobre un punto de interés (N)

q_0 es una carga de prueba (C)

r es la distancia entre una carga o cuerpo generador de campo y el punto de interés (m).

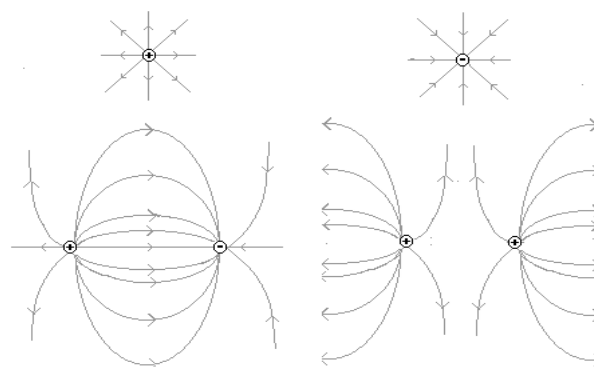


Figura 1.- Esquema de campo eléctrico producido por cargas puntuales.

2.1.- Campo eléctrico con distribución continua de cargas.

Cuando se tiene un cuerpo cargado, éste se encuentra compuesto por una gran cantidad de cargas puntuales, a las que llamaremos diferenciales de carga (dQ), las que se encuentran distribuidas de forma continua por todo el cuerpo. Podemos observar 3 tipos de distribuciones continuas de carga.

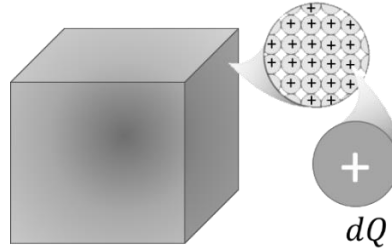


Figura 2.- Distribución de cargas infinitesimales.

2.1.1.- Distribución lineal de cargas

En este caso se tiene una carga total (Q) distribuida a lo largo de una longitud (L). Podemos definir por lo tanto que existe una densidad lineal de carga (λ), la cual es igual en cada uno de los puntos infinitesimales de dicha longitud.

$$\lambda = \frac{Q}{L} \cong \frac{dQ}{dL}$$

Dónde:

λ es la densidad lineal de carga ($C \cdot m^{-1}$).

L es la longitud (m).

dL es la diferencial de longitud (m).

dQ es la diferencial de carga eléctrica (C).

En el caso de tener un anillo de radio (r) y carga (Q), la longitud (L) es el perímetro del anillo ($2 \cdot \pi \cdot r$) y la diferencial de longitud (dL), está dada por el producto del radio y la diferencial del ángulo ($d\theta$).

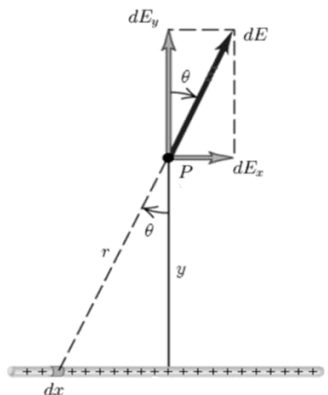


Figura 3.- esquema de vector campo eléctrico provocado por una distribución lineal de carga sobre el punto P.

2.1.2.- Distribución superficial de carga (área)

En este caso tenemos una carga total (Q) distribuida a lo sobre un área (A). Podemos definir por lo tanto que existe una densidad superficial de carga (σ), la cual es igual en cada uno de los puntos infinitesimales de dicha área.

$$\sigma = \frac{Q}{A} \cong \frac{dQ}{dA}$$

Dónde:

σ es la densidad superficial de carga ($C \cdot m^{-2}$).

A es el área (m^2).

dA es la diferencial de superficie (m^2).

En el caso de tener un disco de radio (r) y carga (Q), la superficie (A) es el área del disco ($\pi \cdot r^2$) y la diferencial de área (dA), está dada por la fórmula $dA = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr$.

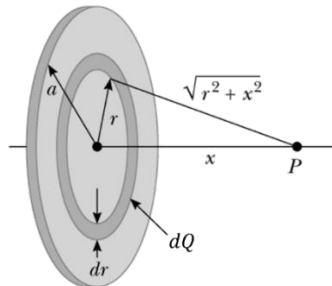


Figura 4.- distribución superficial de carga en un disco uniformemente cargado.

2.1.3.- Distribución volumétrica

En este caso tenemos una carga total (Q) distribuida a lo sobre un volumen (V). Podemos definir por lo tanto que existe una densidad volumétrica de carga (ρ), la cual es igual en cada uno de los puntos infinitesimales de dicho volumen.

$$\rho = \frac{Q}{V} \cong \frac{dQ}{dV}$$

Dónde:

ρ es la densidad VOLUMÉTRICA de carga ($C \cdot m^{-3}$).

V es el volumen (m^3).

dV es la diferencial de volumen (m^3).

En el caso de tener una esfera de radio (r) y carga (Q), el volumen (V) es el volumen de dicha esfera ($\frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$) y la diferencial de volumen (dV), está dada por $dV = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot dr$.

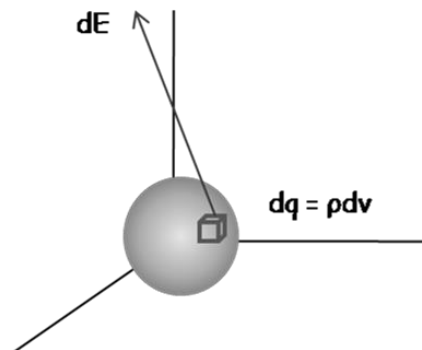


Figura 5.- distribución volumétrica de carga en una esfera cargada.

3.- Flujo eléctrico

El flujo del campo eléctrico se define de manera análoga al flujo de masa. El flujo de masa a través de una superficie S se define como la cantidad de masa que atraviesa dicha superficie por unidad de tiempo.



Figura 6.- Representación del flujo de masa.

Ya que el campo eléctrico puede representarse mediante unas líneas imaginarias denominadas líneas de campo y, por analogía con el flujo de masa, puede calcularse el número de líneas de campo que atraviesan una determinada superficie. Conviene resaltar que en el caso del campo eléctrico no hay nada material que realmente circule a través de dicha superficie.

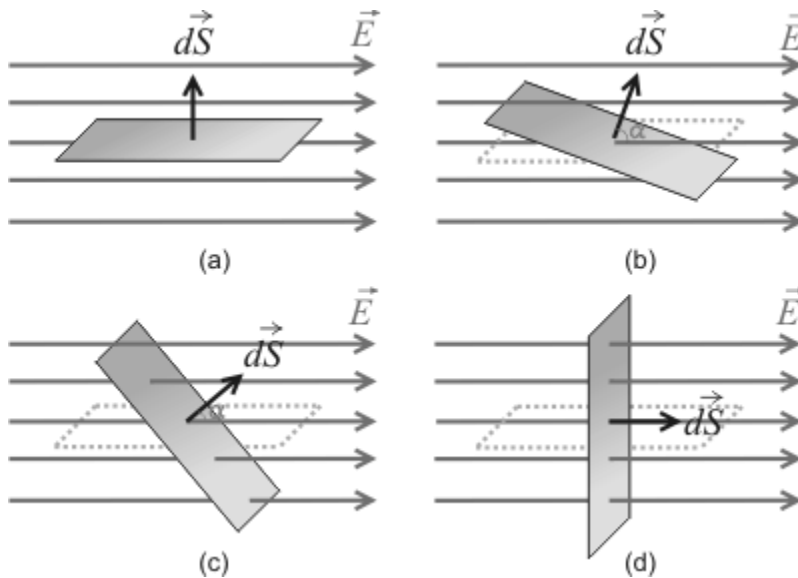


Figura 7.- Líneas de campo eléctrico atravesando superficies con distinta orientación.

Como se aprecia en la figura anterior, el número de líneas de campo que atraviesan una determinada superficie depende de la orientación de esta última con respecto a las líneas de campo. Por tanto, el flujo del campo eléctrico debe ser definido de tal modo que tenga en cuenta este hecho.

Una superficie puede ser representada mediante un vector $d\vec{S}$ de módulo el área de la superficie, dirección perpendicular a la misma y sentido hacia afuera de la curvatura. El flujo del campo eléctrico es una magnitud escalar que se define mediante el producto escalar entre el vector superficie y el vector campo eléctrico.

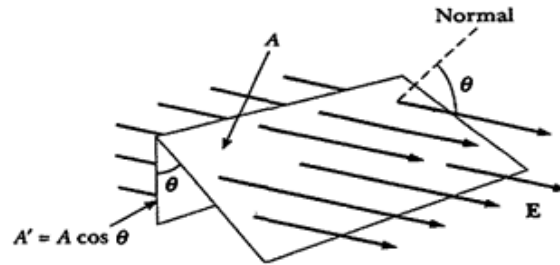


Figura 8.- Líneas de campo eléctrico atravesando una superficie inclinada

Por lo que al referirnos a las líneas de un campo eléctrico E que atraviesan un área superficial A se puede apreciar el siguiente desarrollo algebraico.

$$\phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = E * A' = E * A \cos \theta$$

Dónde:

ϕ_E es el flujo electrostático ($N \cdot m^2 \cdot C^{-1}$).

\vec{E} es el vector campo eléctrico ($N \cdot C^{-1}$)

\vec{A} es el vector superficie (m^2)

θ es el ángulo entre \vec{A} y \vec{E} ($N \cdot C^{-1}$)

3.1.- Ley de Gauss

La Ley de Gauss relaciona el flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada con la carga neta encerrada por una superficie, la cual se denomina superficie gaussiana. El flujo de campo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga q contenida dentro de la superficie, dividida por la constante ϵ_0 , por lo que se puede definir cómo.

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot \vec{dS} = \oint E * dS * \cos \theta = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Dónde:

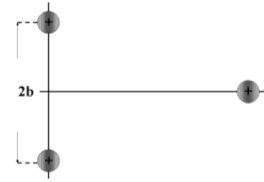
ϕ es el flujo de campo eléctrico ($N \cdot m^2 \cdot C^{-1}$).

\vec{dS} es el vector diferencial de superficie (m^2).

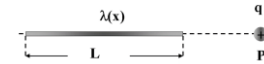
Q es la carga encerrada por la superficie Gaussiana (C).

Ejercicios

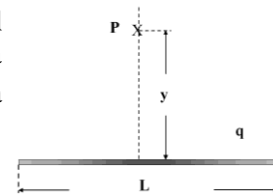
1. Dos cargas puntuales, de igual signo y magnitud, están separadas una distancia $2b$. Una carga de prueba q_0 se localiza en un plano que es perpendicular a la línea que une esas cargas y es simétrico respecto a ellas separada por una distancia x del plano. Calcule el vector campo eléctrico resultante sobre la carga de prueba q_0 .



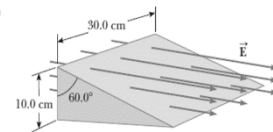
2. Determinar el campo y fuerza eléctrica ejercida sobre una carga puntual q , ubicada en el punto P de la figura considerando un segmento rectilíneo de longitud L y densidad de carga $\lambda(x) = \lambda_0 + ax$, donde λ_0 y a son constantes.



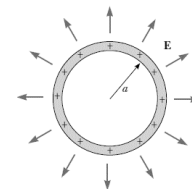
3. Un alambre delgado de longitud finita L tiene una carga total q distribuida uniformemente a lo largo de ella. Demuestre que la intensidad del campo eléctrico en el punto P ubicado en la perpendicular bisectriz, está dado por $E = \left(\frac{q}{2\pi\epsilon_0 y}\right) \frac{1}{\sqrt{L^2 + 4y^2}}$



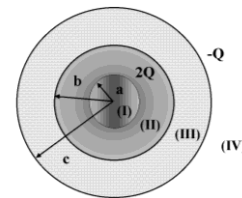
4. Considere una caja triangular cerrada en reposo dentro de un campo eléctrico horizontal con una magnitud $E = 7.80 \times 10^4 (N \cdot C^{-1})$ como se muestra en la figura. Calcular el flujo eléctrico a través de
 - a) la superficie rectangular vertical
 - b) la superficie inclinada
 - c) la superficie total de la caja.



5. Una delgada cáscara esférica de radio a tiene una carga total Q distribuida uniformemente sobre su superficie como muestra la figura. Encontrar el campo eléctrico fuera y dentro de la cáscara.



6. Una esfera conductora sólida de radio a tiene una carga neta positiva de $2Q$. Un cascarón conductor esférico de radio interno b y radio externo c es concéntrico con la esfera sólida y tiene una carga neta de $-Q$. Determine la distribución de cargas sobre el cascarón esférico exterior, y la magnitud del campo eléctrico en las regiones I, II, III y IV.



7. Un alambre recto y largo está rodeado por un cilindro conductor hueco, cuyo eje coincide con el alambre. El alambre tiene una carga total $+Q$, mientras que el cilindro tiene una carga neta $+2Q$. Determine la carga en la superficie externa e interna del cilindro, el campo eléctrico en el exterior del cilindro hueco y el campo eléctrico entre el alambre y la cara interior del cilindro hueco.

