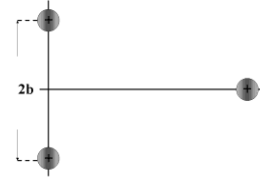




Práctico 2 – Campo y flujo electrostático.

1. Dos cargas puntuales, de igual signo y magnitud, están separadas una distancia $2b$. Una carga de prueba q_0 se localiza en un plano que es perpendicular a la línea que une esas cargas y es simétrico respecto a ellas separada por una distancia x del plano. Calcule el vector campo eléctrico resultante sobre la carga de prueba q_0 .

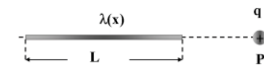


Se sabe que: $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$, debido a la simetría del ejercicio $\vec{F}_y = 0$ y $F_x = 2 F \cos \alpha$

$$\cos \alpha = \frac{x}{R} \text{ y } R = \sqrt{x^2 + b^2} \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$\text{Entonces: } F_x = \frac{2KQq_0x}{(x^2+b^2)^{\frac{3}{2}}} \rightarrow \vec{E} = \frac{2KQx}{(x^2+b^2)^{\frac{3}{2}}}$$

2. Determinar el campo y fuerza eléctrica ejercida sobre una carga puntual q , ubicada en el punto P de la figura considerando un segmento rectilíneo de longitud L y densidad de carga $\lambda(x) = \lambda_0 + ax$, donde λ_0 y a son constantes.



Se sabe que $x = 0 \Rightarrow R = P$ y $x = L \rightarrow R = P - L$, entonces, $R = P - x$

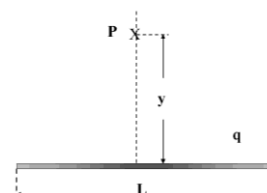
También se sabe que $\lambda = \lambda_0 + ax$ y $\lambda = \frac{dq}{dx}$

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y \text{ pero } \vec{E}_y = 0 \text{ entonces } \vec{E} = \vec{E}_x$$

$$\vec{E}_x = K \int_0^L \frac{dq}{R^2} = K \int_0^L \frac{\lambda dx}{R^2} = K \int_0^L \frac{(\lambda_0 + ax)}{(P-x)^2} dx = K \left(\frac{aP + \lambda_0}{P-x} + a * \ln(P-x) \right) \Big|_0^L$$

$$\vec{E} = \vec{E}_x = K \left(\frac{aP + \lambda_0}{P-L} + a * \ln(P-L) - \frac{aP + \lambda_0}{P} - a * \ln(P) \right)$$

3. Un alambre delgado de longitud finita L tiene una carga total q distribuida uniformemente a lo largo de ella. Demuestre que la



intensidad del campo eléctrico en el punto P ubicado en la perpendicular

bisectriz, está dado por $E = \left(\frac{q}{2\pi\epsilon_0 y}\right) \frac{1}{\sqrt{L^2 + 4y^2}}$

Se sabe que:

$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y$, debido a la simetría del ejercicio $\vec{E}_x = 0$ y $E_y = E \cos \alpha$, $\cos \alpha = \frac{y}{R}$ y $\lambda = \frac{dq}{dl} = \frac{dq}{dx}$

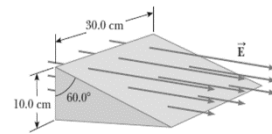
Entonces:

$$E_y = K \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left(\frac{dq}{R^2} \cdot \frac{y}{R} \right) = K \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left(\frac{\lambda y dx}{R^3} \right) = K \lambda y \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left(\frac{dx}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \right) = K \lambda y \left(\frac{x}{y^2 \sqrt{x^2 + y^2}} \right) \Big|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}$$

$$E_y = 2K \lambda y \cdot \left(\frac{L}{y^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}} \right) = \left(\frac{2 \cdot Q \cdot y \cdot L}{8 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot y^2 \cdot L \cdot \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}} \right)$$

$$E_y = \left(\frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot y \cdot \sqrt{(L)^2 + 4y^2}} \right) = \left(\frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot y} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{L^2 + 4y^2}}$$

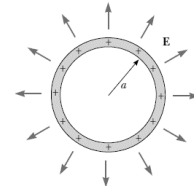
4. Considere una caja triangular cerrada en reposo dentro de un campo eléctrico horizontal con una magnitud $E = 7.80 \cdot 10^4 (N \cdot C^{-1})$ como se muestra en la figura. Calcular el flujo eléctrico a través de
- la superficie rectangular vertical
 - la superficie inclinada
 - la superficie total de la caja.



Considerando $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = E \cdot A \cos \theta$

- $\Phi_E = E \cdot A \cos \theta = 7.80 \cdot 10^4 \cdot (0.3 \cdot 0.1) \cdot \cos 180$ ya que el vector normal a la superficie es paralelo y contrario al vector campo eléctrico
- $\Phi_E = E \cdot A \cos \theta = 7.80 \cdot 10^4 \cdot \left(0.3 \cdot \frac{0.1}{\cos 60}\right) \cdot \cos 60$ ya que el vector normal a la superficie se eleva 60° respecto al vector campo eléctrico.
- $\Phi_E = 7.80 \cdot 10^4 \cdot \left(0.3 \cdot \frac{0.1}{\cos 60}\right) \cdot \cos 60 + 7.80 \cdot 10^4 \cdot (0.3 \cdot 0.1) \cdot \cos 180 + 0$ debido a que el flujo en la base es 0 ya que el vector normal a la superficie es perpendicular respecto al vector campo eléctrico y el flujo total equivale a la sumatoria de los flujos parciales, este es 0 ya que los flujos entrantes son iguales a lo que salen

5. Una delgada cáscara esférica de radio a tiene una carga total Q distribuida uniformemente sobre su superficie como muestra la figura. Encontrar el campo eléctrico fuera y dentro de la cáscara.

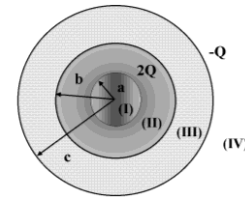


Según la ley de Gauss $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} \cdot \cos \theta = \frac{Q}{\epsilon_0}$ y que es una superficie esférica, cada diferencial de superficie es paralela y en el mismo sentido que el campo eléctrico se asume que el ángulo es 0.

Debido a la simetría del ejercicio se asume que tanto el campo eléctrico y la superficie son constantes en toda la extensión de la superficie gaussiana generada por fuera de la esfera, por lo que en síntesis el campo eléctrico está dado por $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2 \cos 0} = \frac{KQ}{r^2}$

Ya que al interior del cascarón esférico no existe una carga encerrada $Q = 0$, por lo que la expresión del campo eléctrico queda dada por $E = \frac{0}{4\pi\epsilon_0 r^2 \cos 180} = 0$

6. Una esfera conductora sólida de radio a tiene una carga neta positiva de $2Q$. Un cascarón conductor esférico de radio interno b y radio externo c es concéntrico con la esfera sólida y tiene una carga neta de $-Q$. Determine la distribución de cargas sobre el cascarón esférico exterior, y la magnitud del campo eléctrico en las regiones I, II, III y IV.



Por propiedad de los objetos conductores, al estar en presencia de un campo eléctrico este se polariza, distribuyendo sus cargas sobre la superficie tanto interior como exterior del objeto, determinando una configuración de cargas en la cual el interior del objeto cargado anulará el campo eléctrico provocado por una carga externa, de esta manera la densidad de cargas en el cascarón esférico queda descrita como $\sigma = \frac{-2Q}{4\pi b^2}$ en la superficie interna del cascarón y $\sigma = \frac{Q}{4\pi c^2}$ en la superficie externa de éste, por lo que la carga neta del cascarón estará dada por la sumatoria de la carga externa e interna $Q_n = Q - 2Q = -Q$.

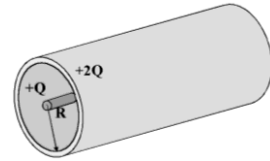
Debido a que en la región I no existe una superficie interna en la que se distribuya la carga, la carga encerrada en esa zona es 0 y por lo tanto según la ley de Gauss el campo eléctrico también es 0.

En la zona II la carga encerrada es justamente la carga total de la esfera cargada por lo que el campo eléctrico es $E = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 r^2 \cos 0} = \frac{2KQ}{r^2}$ con $a < r < b$.

En la zona III la carga encerrada es la sumatoria de las cargas de la esfera y de la cara interna del cascarón esférico por lo que el campo eléctrico es $E = \frac{2Q-2Q}{4*\pi*\epsilon_0*r^2*\cos 0} = 0$ con $b < r < c$.

Por último, en la zona IV la carga encerrada es la sumatoria de las cargas de la esfera y de la carga neta del cascarón esférico por lo que el campo eléctrico es $E = \frac{2Q-Q}{4*\pi*\epsilon_0*r^2*\cos 0} = \frac{K*Q}{r^2}$ con $c < r$.

7. Un alambre recto y largo está rodeado por un cilindro conductor hueco, cuyo eje coincide con el alambre. El alambre tiene una carga total $+Q$, mientras que el cilindro tiene una carga neta $+2Q$. Determine la carga en la superficie externa e interna del cilindro, el campo eléctrico en el exterior del cilindro hueco y el campo eléctrico entre el alambre y la cara interior del cilindro hueco.



Por propiedad de los objetos conductores, la densidad de cargas en el cilindro conductor queda descrita como $\sigma = \frac{-Q}{2\pi rL}$ en la superficie interna del cilindro y $\sigma = \frac{3Q}{2\pi rL}$ en la superficie externa de éste, por lo que la carga neta del cilindro estará dada por la sumatoria de la carga externa e interna $Q_n = 3Q - Q = 2Q$.

Al exterior del cilindro conductor hueco la carga encerrada es la sumatoria de las cargas del alambre y de la carga neta del cilindro por lo que el campo eléctrico es $E = \frac{Q+2Q}{2*\pi*r*L*\epsilon_0*\cos 0} = \frac{6KQ}{r*L}$.

Por otro lado, entre el alambre y la cara interior del cilindro hueco la carga encerrada será solo la del alambre, por lo que el campo eléctrico es $E = \frac{Q}{2*\pi*r*L*\epsilon_0*\cos 0} = \frac{2KQ}{r*L}$.