Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Agronómicas
Calculo y Geometría analítica
Semestre Otoño-invierno 2019
Profesora Sonia Acevedo L.
Ayudantes: Benjamín Reyes M., Valentina Soto S., Romina Fabbri L., Viviana Graniffo O., y Elizabeth Ramírez Z.

N°Lista:
Apellido: Pauta.

Ptje:

Examen

Apellido:

Nombre:

Instrucciones:

- La resolución de la prueba debe estar desarrollada en las hojas entregadas en **orden y claridad, con letra legible.** Resolver en cada lado de la hoja. Respuesta final con lápiz pasta
- Respuestas sin todo el desarrollo serán consideradas con puntaje inferior
- Cada pregunta tiene **10 puntos**
- La exigencia de la prueba es al 60%, por lo tanto, con 36 puntos se obtiene la nota 4 y con 60 puntos el 7.

1. **Derive las siguientes funciones :**

3P $y = \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2} - 5$ ⇒ $\underbrace{y' = -3x^{-2} + 8x^{-3}}_{3P.}$ ó $y' = \frac{-3}{x^2} + \frac{8}{x^3}$

$y = 3 \cdot x^{-1} - 4 \cdot x^{-2} - 5.$

3,5P $y = xe^{cos(x)}$ ⇒ $y' = e^{\cos x} + x \cdot e^{\cos x} \cdot -\operatorname{sen} x$

3,5 p $y' = e^{\cos x} - x \operatorname{sen} x \cdot e^{\cos x}$

3,5P $f(x) = x^3 \cdot e^{-3x}$ ⇒ $y' = 3x^2 e^{-3x} + x^3 \cdot e^{-3x} \cdot -3$

3,5 p $y' = 3x^2 e^{-3x} - 3x^3 e^{-3x}$

Scanned by CamScanner

N°Lista:

Apellido:

Ptje:

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Agronómicas
Calculo y Geometría analítica
Semestre Otoño-invierno 2019
Profesora Sonia Acevedo L.
Ayudantes: Benjamín Reyes M., Valentina Soto S., Romina Fabbri L., Viviana Graniffo O., y Elizabeth Ramírez Z.

2. Derive:

a. $g(b) = 10^{6b} + Ln^3\left(2\sqrt{b^{-5}}\right) - e^{-i\omega b^{5\varphi}}$ 2

$\to b^{-\frac{5}{2}}$

$-\frac{7}{2} - -\frac{5}{2} \quad -\frac{7}{2} + \frac{5}{2} \quad -\frac{2}{2}$ 1

$g'(b) = 10^{6b} \cdot Ln10 \cdot 6 + 3Ln^2 2\sqrt{b^{-5}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{b^{-5}}} \cdot \cancel{2} \cdot \frac{-5}{\cancel{2}} b^{-\frac{7}{2}} - e^{-iwb^{5\varphi}} \cdot -5\varphi\, iwb^{5\varphi-1}$

1

1 $g'(b) = 6 \cdot 10^{6b} Ln10 - 3Ln^2 2\sqrt{b^{-5}} \cdot \frac{5}{2b} + 5\varphi\, iwb^{5\varphi-1} \cdot e^{-iwb^{5\varphi}}$

b.

$$y = \frac{1}{\sqrt{\text{sen}^2 x + \text{sen}^2 3x}}$$

$y = (\text{sen}^2 x + \text{sen}^2 3x)^{-\frac{1}{2}}$

$-\frac{1}{2} - \frac{2}{2}$

$y' = \underbrace{\frac{-1}{2}(\text{sen}^2 x + \text{sen}^2 3x)^{-\frac{3}{2}}}_{2} \cdot \underbrace{(2\,\text{sen}x \cdot \cos x + 2\,\text{sen}3x \cdot \cos 3x \cdot 3)}_{2}$

$y' = \frac{-1 \cdot \cancel{2}\,(\text{sen}x \cos x + 3\,\text{sen}3x \cdot \cos 3x)}{\cancel{2}\,(\text{sen}^2 x + \text{sen}^2 3x) \cdot \sqrt{\text{sen}^2 x + \text{sen}^2 3x}}$

1 $y' = \frac{-(\text{sen}x \cos x + 3\,\text{sen}3x \cos 3x)}{(\text{sen}^2 x + \text{sen}^2 3x)\sqrt{\text{sen}^2 x + \text{sen}^2 3x}}$

PAUTA

N°Lista:
Apellido:

Ptje:

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Agronómicas
Calculo y Geometría analítica
Semestre Otoño-invierno 2019
Profesora Sonia Acevedo L.
Ayudantes: Benjamín Reyes M., Valentina Soto S., Romina Fabbri L., Viviana Graniffo O., y Elizabeth Ramírez Z.

3. Encuentre los puntos en que la siguiente función tiene pendiente 0. También encuentre el valor de la pendiente para los valores señalados en la tabla.

$$Y = x^3 - 3x^2 - 6x + \frac{8}{9}$$

X	Pendiente
$-\pi$	42,45
$ln(e)$	-9

$y' = 3x^2 - 6x - 6.$

$0 = 3x^2 - 6x - 6.$ (2P)

$x = \dfrac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 3 \cdot -6}}{2 \cdot 3}$ $\rightarrow$ $x_1 = \dfrac{6 - 6\sqrt{3}}{6}$ $\quad x_1 = 1 - \sqrt{3}$ (1P)

$\rightarrow$ $x_2 = \dfrac{6 + 6\sqrt{3}}{6.}$ $\quad x_2 = 1 + \sqrt{3}$ (1P)

$f(1-\sqrt{3}) = \dfrac{-64 + 54\sqrt{3}}{9} \sim 3{,}28.$ (1P)

$f(1+\sqrt{3}) = -\dfrac{64 + 54\sqrt{3}}{9} \sim -17{,}50.$ (1P)

Puntos ① $\left(1-\sqrt{3}, \dfrac{-64+54\sqrt{3}}{9}\right)$ 0,5P

② $\left(1+\sqrt{3}, -\dfrac{64+54\sqrt{3}}{9}\right)$ 0,5P

Pendiente

$x = -\pi$

$y' = 3(-\pi)^2 - 6(-\pi) - 6..$ $\rightarrow$ $m = 42{,}45.$ (1,5P)

$x = \ln(e) \rightarrow x = 1$

$y' = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 - 6.$ $\longrightarrow$ $m = -9.$ (1,5P)

PAUTA

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Agronómicas
Calculo y Geometría analítica
Semestre Otoño-invierno 2019
Profesora Sonia Acevedo L.
Ayudantes: Benjamín Reyes M., Valentina Soto S., Romina Fabbri L., Viviana Graniffo O., y Elizabeth Ramírez Z.

$\frac{1}{3} - \frac{3}{3}$

N°Lista:

Apellido:

Ptje:

4. Derive las siguientes funciones:

a.

$$f(x) = \sqrt[3]{4x^2 - \sqrt{e^{3x} + \sqrt[3]{x}}}$$

$$f(x) = \left(4x^2 - \left(e^{3x} + x^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3}\left(4x^2 - \left(e^{3x} + x^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(8x - \frac{1}{2}\left(e^{3x} + x^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(3 \cdot e^{3x} + \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}\right)\right)$$

$$f'(x) = \frac{\left(8x - \frac{1}{2}\left(e^{3x} + x^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(3e^{3x} + \frac{1}{x}^{-\frac{2}{3}}\right)\right)}{3\sqrt[3]{\left(4x^2 - \left(e^{3x} + x^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2}}$$

b. $f(x) = \sin(x) + \dfrac{1}{2x} - \dfrac{1}{3x^2}$

$$f(x) = \operatorname{sen} x + 1 \cdot (2x)^{-1} - (3x^2)^{-1}$$

$$f'(x) = \underbrace{\cos x}_{1P} \underbrace{- (2x)^{-2} \cdot 2}_{1P} + \underbrace{(3x^2)^{-2} \cdot 6x}_{1P}$$

$$f'(x) = \cos x - \frac{\cdot 2}{4x^2} + \frac{\cdot \cdot 6x}{9x^4}$$

2P $\quad f'(x) = \cos(x) - \dfrac{1}{2x^2} + \dfrac{2}{3x^3}$

PAUTA

N°Lista:

Apellido:

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Agronómicas
Calculo y Geometría analítica
Semestre Otoño-invierno 2019
Profesora Sonia Acevedo L.
Ayudantes: Benjamín Reyes M., Valentina Soto S., Romina Fabbri L., Viviana Graniffo O., y Elizabeth Ramírez Z.

Ptje:

Total 11P

5. Calcule los valores de a y b para que la función sea continua

$$f(x) = \begin{cases} x - 3 & x \leq 0 \\ -ax + b & 0 < x \leq 1 \\ 5 & x > 1 \end{cases}$$

$x = 0$. $x \to 0$.

① $f(0) = x - 3$ $\quad f(0) = -3$ 1P

② $\lim\limits_{x \to 0^+} -ax + b = b$ 1P $\quad \lim\limits_{x \to 0^-} x - 3 = -3$ 1P

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} f(x) \longrightarrow \boxed{b = -3.}$ 2P

③ $f(0) = \lim\limits_{x \to 0} f(x)$

$-3 = -3$ 0,5P Bonus

$x = 1$ $\quad x \to 1$

1P ① $f(1) = -ax + b \to f(1) = -a + b$

② $\lim\limits_{x \to 1^+} 5 = 5$ 1P $\quad \lim\limits_{x \to 1^-} -ax + b =$

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = -a + b$ 1P

$5 = -a + b$

$b = -3$

$5 = -a - 3$

$\boxed{a = -8.}$ 2P

Bonus 0,5P

③ $f(1) = \lim\limits_{x \to 1} f(x)$

$f(1) = 3 \cdot 1 - 8.$ $\quad \lim\limits_{x \to 1.} f(x) = 5$

$f(1) = 5$

Los valores deben ser $\left.\begin{aligned} a &= -8 \\ b &= -3 \end{aligned}\right\}$ 0,5P Bonus.

Para que la f(x) sea continua.

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Agronómicas
Calculo y Geometría analítica
Semestre Otoño-invierno 2019
Profesora Sonia Acevedo L.
Ayudantes: Benjamín Reyes M., Valentina Soto S., Romina Fabbri L., Viviana Graniffo O., y Elizabeth Ramírez Z.

PAUTA!

N°Lista:

Apellido:

Ptje:

6. Calcule los siguientes limites

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}=e.$$

3P

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+2}{n-3}\right)^{\frac{2n-1}{5}}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n-3+3+2}{n-3}\right)^{\frac{2n-1}{5}}=\overbrace{\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{n-3}{5}}\right)^{\frac{2n-1}{5}}}^{1P}=\underbrace{\lim_{n\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{\frac{n-3}{5}}\right)^{\frac{n-3}{5}}\right)^{\frac{2n-1}{5}\cdot\frac{5}{n-3}}}_{1P}$$

$$e^{\lim_{n\to\infty}\frac{2n-1\,:n}{n-3\,:n}}=e^{\lim_{n\to\infty}\frac{2-\frac{1}{n}}{1-\frac{3}{n}}}=\underbrace{e^{2}}_{1P}.$$

3P

$$\lim_{x\to3}\frac{x^3-3x^2+2x-6}{x-3}\quad\frac{0}{0}.$$

$$\underbrace{\lim_{x\to3}\frac{x^2(x-3)+2(x-3)}{x-3}}_{1P}=\underbrace{\lim_{x\to3}\frac{\cancel{(x-3)}(x^2+2)}{\cancel{x-3}}}_{1P}=\underbrace{11}_{1P.}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+\sin(2x)}-\sqrt{1-\sin(3x)}}{x}\quad\frac{0}{0}.$$

(1P)

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+\operatorname{sen}2x}-\sqrt{1-\operatorname{sen}3x}}{x}\cdot\frac{\sqrt{1+\operatorname{sen}2x}+\sqrt{1-\operatorname{sen}3x}}{\sqrt{1+\operatorname{sen}2x}+\sqrt{1-\operatorname{sen}3x}}=\lim_{x\to0}\frac{\cancel{1}+\operatorname{sen}2x\,\frac{2x}{2x}-\cancel{1}+\operatorname{sen}3x\,\frac{3x}{3x}}{x\left(\sqrt{1+\operatorname{sen}2x}+\sqrt{1-\operatorname{sen}3x}\right)}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\frac{2x\operatorname{sen}2x}{2x}+\frac{3x\operatorname{sen}3x}{3x}}{x\left(\sqrt{1+\operatorname{sen}2x}+\sqrt{1-\operatorname{sen}3x}\right)}\ (1P)=\frac{2x\lim_{x\to0}\frac{\operatorname{sen}\cancel{2x}}{\cancel{2x}}^{1}+3x\lim_{x\to0}\frac{\operatorname{sen}\cancel{3x}}{\cancel{3x}}^{1}}{\lim_{x\to0}x\left(\sqrt{1+\operatorname{sen}2x}+\sqrt{1-\operatorname{sen}3x}\right)}\ (1P)=\lim_{x\to0}\frac{5\cancel{x}}{\cancel{x}\left(\sqrt{1+\operatorname{sen}2x}+\sqrt{1-\operatorname{sen}3x}\right)}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{5}{\left(\sqrt{1+\operatorname{sen}2x}+\sqrt{1-\operatorname{sen}3x}\right)}=\frac{5}{2}.\ (1P).$$