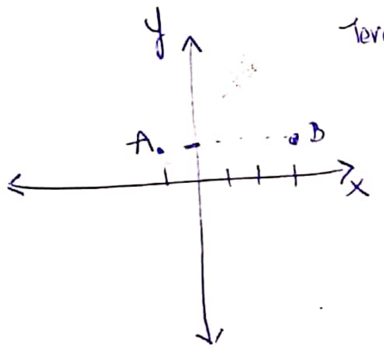
Cátedra 1

Instrucciones:

- La resolución de la prueba debe estar desarrollada en las hojas entregadas en **orden y claridad, con letra legible.** Resolver en cada lado de la hoja.
- Respuestas sin todo el desarrollo serán consideradas con puntaje inferior
- Cada pregunta tiene **10 puntos**
- La exigencia de la prueba es al 60%, por lo tanto, con 36 puntos se obtiene la nota 4 y con 60 puntos el 7.

1. Dos vértices de los de un triangulo equilátero son los puntos (-1,1) y (3,1). Hallar las coordenadas del tercer vértice.



Tercer Punto = ? $C(x, y)$

distancia $\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{AB}$ → Porque es Δ equilatero.

distancia $\overline{AB} = \sqrt{(-1-3)^2 + (1-1)^2}$

$\overline{AB} = \sqrt{16}$

$\boxed{\overline{AB} = 4}$ 2P

$\overline{AC} = \overline{BC}$

$(x - -1)^2 + \cancel{(y-1)^2} = (x - 3)^2 + \cancel{(y-1)^2}$

$\cancel{x^2} + 2x + 1 + \cancel{y^2 - 2y + 1} = \cancel{x^2} - 6x + 9 + \cancel{y^2 - 2y + 1}$

$8x = 8$

$\boxed{x = 1}$

$4 = \underbrace{\sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2}}_{\overline{BC}} \quad /()^2$ como $x = 1$. 2P.

$16 = (1-3)^2 + y^2 - 2y + 1$

$0 = y^2 - 2y + 1 - 16 + 4$

$0 = y^2 - 2y - 11$

$y = \dfrac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -11}}{2 \cdot 1}$

$y_1 = \dfrac{2 + \sqrt{48}}{2} = \dfrac{2 + 4\sqrt{3}}{2} = 1 + 2\sqrt{3}$

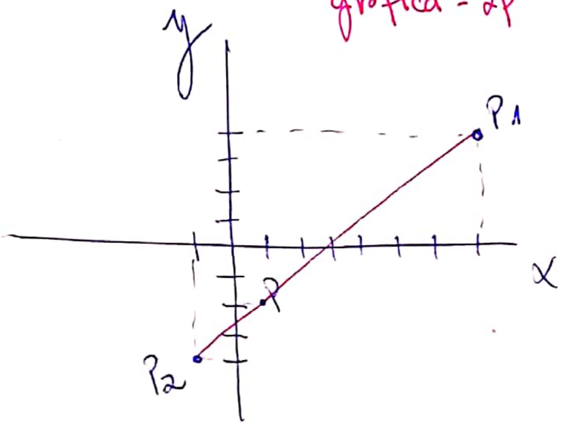
$y_2 = \dfrac{2 - \sqrt{48}}{2} = \dfrac{2 - 4\sqrt{3}}{2} = 1 - 2\sqrt{3}$.

Tercer vértice es $\underbrace{(1, 1+2\sqrt{3})}_{3P}$ ó $\underbrace{(1, 1-2\sqrt{3})}_{3P}$

(1; 4,46) (1; -2,46)

2. Los extremos de un segmento son los puntos P1 (7,4), P2(-1,-4). Hallar la razón P1P/PP2 en que el punto P (1,-2) divide al segmento.

gráfica = 2p



FORMA 1

$$x = \frac{x_1 + r \cdot x_2}{1+r}$$

Reemplazando.

3p $$\boxed{1 = \frac{7 + r \cdot -1}{1+r}}$$ → $1+r = 7-r$

$2r = 7-1$

$\boxed{r = 3}$ 5p

FORMA 2

$$y = \frac{y_1 + r \cdot y_2}{1+r} \rightarrow -2 = \frac{4 + r \cdot -4}{1+r}$$

$-2 - 2r = 4 - 4r$

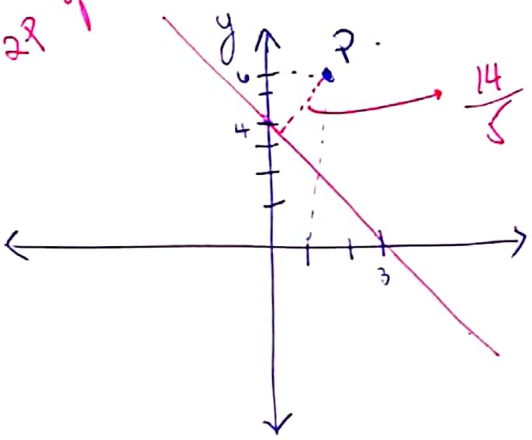
$2r = 6$

$\boxed{r = 3}$

Scanned by CamScanner

3. Las coordenadas de un punto P son (2,6) y la ecuación de una recta l es 4x+3y=12. Hallar la distancia entre ellos.

2P gráfico



$$d = \frac{|4 \cdot 2 + 3 \cdot 6 - 12|}{\sqrt{16+9}}$$ 3P

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\boxed{d = \frac{14}{5}[u]}$$ 5P.

2,8 [u]

gráfico.

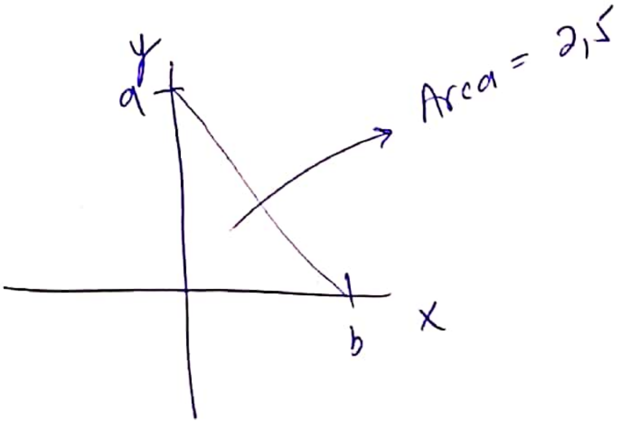
$4x + 3y = 12 \quad | :12$

$$\frac{4x}{12} + \frac{3y}{12} = 1$$

$$\boxed{\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1.}$$

Scanned by CamScanner

4. Determinar el valor de k para que la recta 4x+5y+k=0 forme con los ejes coordenados un triángulo rectángulo de área igual a 2,5 unidades cuadradas.



1\. $\frac{a \cdot b}{2} = 2,5.$ 1P

$4x + 5y + k = 0.$

↓ pasar forma simétrica.

2P

$4x + 5y = -k \quad | : -k$

$\frac{x}{\frac{-k}{4}} + \frac{y}{\frac{-k}{5}} = 1$

donde corta a x

donde corta a y

1P 1P

$a = \frac{-k}{4}$ 1,5P $b = -\frac{k}{5}.$ 1,5 P.

Reemplazando en 1.

1P $\frac{\frac{-k}{4} \cdot \frac{-k}{5}}{2} = 2,5 \rightarrow \frac{k^2}{20} = 5 \rightarrow k^2 = 100 \;/\sqrt{\;}$ 1

$\boxed{k = \pm 10}$ 3P.

Por lo tanto las ecuaciones de la recta son:

① $4x + 5y + 10 = 0$

② $4x + 5y - 10 = 0.$

5. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto (1,4) y es tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 5 = 0$ en el punto (-2,1). (Pase la ecuación de la circunferencia a la forma ordinaria).

① Pasar a la forma ordinaria

2P

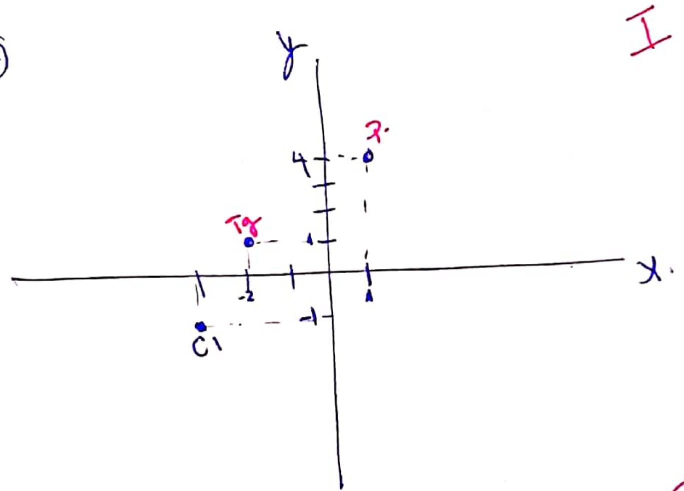
$$x^2+y^2+6x+2y+5=0 \rightarrow x^2+6x+y^2+2y=-5 \quad \Big| +\left(\tfrac{6}{2}\right)^2+\left(\tfrac{2}{2}\right)^2$$

$$x^2+6x+9+y^2+2y+1=-5+9+1$$

$$(x+3)^2+(y+1)^2=5$$

$\boxed{\text{Centro } (-3,-1) \qquad \text{radio} = \sqrt{5}}$

②



I La distancia de P al C_2 es igual a la distancia del punto de Tg al C_2 $\quad C(h,k)$

1P $\quad \overline{PC_2}=\overline{PT_g}$

$$(h-1)^2+(k-4)^2=(h+2)^2+(k-1)^2$$

$$\cancel{h^2}-2h+1+\cancel{k^2}-8k+16=\cancel{h^2}+4h+4+\cancel{k^2}-2k+1$$

$$-8k+2k+17-4-1=6h$$

$$-6k+12=6h$$

1P $\quad$ 1. $\boxed{-k+2=h}$

II La pendiente entre el C_1 y el P tangencia y la pendiente entre C_2 y el Punto Tangencia es igual

$$m_{\overline{C_1P_{Tg}}}=\frac{-1-1}{-3+2}=\frac{-2}{-1}=2$$

$$m_{\overline{C_2P_{Tg}}}=\frac{k-1}{h+2}$$

2P $\quad 2=\dfrac{k-1}{h+2} \rightarrow 2h+4=k-1$ $\quad$ 2. $\boxed{h=\dfrac{k-5}{2}}$

III Reemplazando 2 en 1 $\longrightarrow$ $\dfrac{k-5}{2}=-k+2 \rightarrow k-5=-2k+4$

$$3k=9 \longrightarrow \boxed{k=3}$$ 1P

Scanned by CamScanner

IV Reemplazo. $K=3$ en 1.

$$h = -K + 2$$

$$h = -3 + 2$$

1P $h = -1$

Centro a es $(-1,3)$

Por radio sera d c_2 y P.

1P
$$d = \sqrt{(-1-1)^2 + (3-4)^2}$$

$$d = \sqrt{4+1}$$

$$d = \sqrt{5}$$

Por lo tanto, la ec. (x) es $\boxed{(x+1)^2 + (y-3)^2 = 5}$ 1P

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 = 5$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y - 5 = 0,$$

Scanned by CamScanner

6. Hallar el ángulo agudo que forman Las circunferencias

a: $x^2+y^2=17$ y $x^2+y^2-12x-4y+11=0$ en su intersección. Dibuje la situación planteada.

$$17-\cancel{y^2} = 12x+4y-\cancel{y^2}-11.$$

(1) $y = 7-3x$ 2p.

Reemplazo 1 en a.

$$x^2+(7-3x)^2-17=0.$$

$$10x^2-42x+32=0.$$

$$x = \frac{42 \pm \sqrt{42^2-4\cdot 10\cdot 32}}{2\cdot 10}$$

$x_1 = 16/5$ 0,5 p

$x_2 = 1$ 0,5 p

Reemplazando x_1 y x_2 en (1)

$y_1 = -\frac{13}{5}$ 0,5 p

$y_2 = 4$ 0,5 p

Grafico 3 P.

$m = \frac{4-0}{1-0} = 4$ $m_{Tg} = \frac{-1}{4}$ 1p $Tg\,\alpha = \frac{m_F - m_i}{1+m_F\cdot m_i}$.

$m = \frac{2-4}{6-1} = -\frac{2}{5}$ $m_{Tg} = \frac{5}{2}$ 1p $Tg\,\alpha = -\frac{88}{12}$

$\alpha = 82,14$ 1p.

Scanned by CamScanner